

ข้อสอบ $F = ma$ สำหรับการคัดเลือกรอบแรกโครงการฟิสิกส์โอลิมปิกประเทศสหรัฐอเมริกา และเป็นลิขสิทธิ์ของสมาพันธ์ครูฟิสิกส์แห่งสหรัฐอเมริกา สมาคมฟิสิกส์ไทยได้รับอนุญาตให้แปลและเผยแพร่แก่บุคคลทั่วไปได้โดยไม่มีค่าใช้จ่าย

ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดในข้อสอบหรือเฉลย ไม่ว่าหน้าใดหน้าหนึ่งหรือทั้งหมด ไปทำซ้ำหรือดัดแปลง เพื่อประโยชน์ในเชิงพาณิชย์ใดๆ โดยไม่ได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากเจ้าของลิขสิทธิ์

1. รถขับเคลื่อนสี่ล้อเข้าโค้งบนถนนโค้งเรียบ ด้วยอัตราเร็วคงที่ ถ้าล้อหน้าซ้ายเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี $R = 9.60$ เมตร และรถกว้าง 1.74 m แล้วอัตราส่วนความเร็วเชิงมุมของการหมุนของเพลาล้อหน้าซ้าย ต่อเพลาล้อหน้าขวาของรถ ขณะเข้าโค้งเท่ากับข้อใด สมมติว่าล้อหมุนโดยไม่ไถล

- (A) 0.331
- (B) 0.630
- (C) 0.708
- (D) 0.815
- (E) 0.847

ตอบ (E)

เนื่องจากความเร็วคงที่ เราจึงใช้ความเร็วเชิงมุมเฉลี่ย $\omega = \Delta\theta / \Delta t$ ได้

โดยทั้งสองล้อจะมี Δt เดียวกัน ส่วน $\Delta\theta$ จะหาจาก

$$\Delta\theta = S / C$$

โดยที่ S คือ ความยาวส่วนโค้งที่ล้อกวาดไป และ C คือ เส้นรอบวงของล้อ ให้พิจารณาความยาวส่วนโค้งในหน่วย π เรเดียน จะได้ $S = \pi R$

ดังนั้น $\Delta\theta$ ของล้อซ้ายเท่ากับ

$$\Delta\theta_l = \frac{\pi R}{2\pi r}$$

และ $\Delta\theta$ ของล้อขวาเท่ากับ

$$\Delta\theta_r = \frac{\pi(R+dR)}{2\pi r}$$

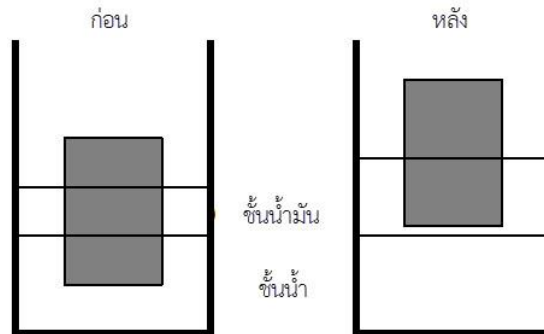
จากล้อทั้งสองมีรัศมี r เท่ากัน เมื่อเทียบสัดส่วนจะได้

$$\frac{\omega_l}{\omega_r} = \frac{\frac{\pi R}{2\pi r \Delta t}}{\frac{\pi(R+dR)}{2\pi r \Delta t}} = \frac{R}{R+dR} = \frac{1}{1 + \frac{dR}{R}}$$

แทนค่าลงไปจะได้

$$\frac{\omega_l}{\omega_r} = \frac{1}{1 + \frac{1.74\text{m}}{9.60\text{m}}} = 0.847$$

2. ชั้นน้ำมันหนา 3.0 cm มีความหนาแน่น $\rho_o = 800 \text{ kg / m}^3$ ลอยเหนือน้ำที่มีความหนาแน่น $\rho_w = 1000 \text{ kg / m}^3$ กำหนดให้เดิม 1/3 ของทรงกระบอกตันลอยอยู่ในน้ำ อีก 1/3 ลอยอยู่ในน้ำมัน และอีก 1/3 อยู่ในอากาศ ถ้าเติมน้ำมันเพิ่มจนกว่าทรงกระบอกจะลอยในชั้นน้ำมันเท่านั้น แล้วสัดส่วนของทรงกระบอกที่ลอยอยู่ในชั้นน้ำมันเท่ากับข้อใด



- (A) 3/5
(B) 3/4
(C) 2/3
(D) 8/9
(E) 4/5

ตอบ (B)

สมมติว่า ทรงกระบอกมีปริมาตร 3 ลูกบาศก์เมตร แสดงว่ามวลเข้ามาแทนที่น้ำ 1000 kg และเข้ามาแทนที่น้ำมัน 800 kg โดยไม่ต้องพิจารณาการแทนที่ในอากาศ จะได้มวลที่เข้ามาแทนที่ทั้งหมด 1800 kg ถ้าต้องการให้ทรงกระบอกลอยอยู่ในชั้นน้ำมันเท่านั้น หมายความว่าน้ำมันจะต้องถูกแทนที่ด้วยมวล 1800 kg คิดเป็นปริมาณน้ำมันได้

$$V_o = (1800 \text{ kg}) / (800 \text{ kg/m}^3) = \frac{9}{4} \text{ m}^3$$

เทียบสัดส่วนที่ลอยอยู่ในชั้นน้ำมันจะเท่ากับ

$$\left(\frac{9}{4} \text{ m}^3 \right) / (3 \text{ m}^3) = \frac{3}{4}$$

3. นักเรียนวิชาฟิสิกส์เบื้องต้น ฉลองเกรตเทอมแรกของเขาด้วยการทิ้งหนังสือลงมาจากกระเบื้องลงยังไปกองหิมะด้านล่างสูง 3.00 m ถ้าหนังสือเล่มนี้จมลงไปในหิมะประมาณ 1.00 m และหนังสือมีมวล 5 kg แล้วแรงเฉลี่ยที่หิมะกระทำกับหนังสือเท่ากับข้อใด

- (A) 85 N
- (B) 100 N
- (C) 120 N
- (D) 150 N
- (E) 200 N

ตอบ (E)

กำหนดตัวแปร $H = 3.00 \text{ m}$, $h = 1.00 \text{ m}$ และ v เป็นอัตราเร็วที่หนังสือตกลงไปถึงพื้น จากหลักจลน์ศาสตร์จะได้

$$2gH = v^2 = 2ah$$

โดย a คือ ความเร่งบนหิมะ

เนื่องจาก $a = 3g$

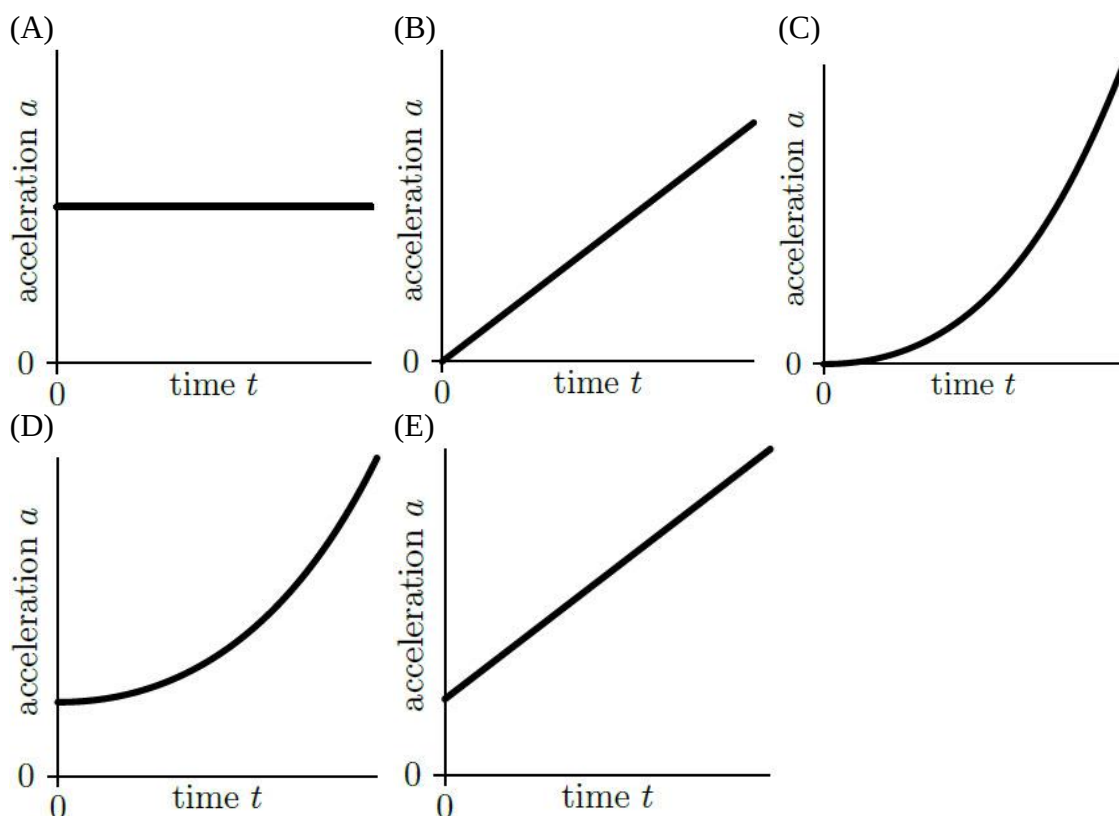
ดังนั้น แรงที่หิมะกระทำกลับมากจะเท่ากับ $4mg$

หรือคิดจากพลังงานศักย์ที่สูญเสียจากแรงเสียดทาน

$$mg \times 4 \text{ เมตร} = F \times 1 \text{ เมตร}$$

ดังนั้น $F = 4mg$ นิวตัน

4. ปล่อยลูกปัดให้ไถลไปตามลวดที่ขดเหมือนสปริงในแนวตั้ง ข้อใดคือกราฟขนาดความเร่งลัพธ์ a ต่อเวลา t ของเหตุการณ์ดังกล่าว



ตอบ (D)

ความเร่งในแนวสัมผัสกับเกลียวลวดจะเท่ากับ

$$a_t = g \sin \theta$$

โดย θ คือ ขนาดมุมเอียงของเกลียวลวด ถ้าความเร่งมาก ลูกปัดก็จะเคลื่อนที่เร็วขึ้น ตามสมการ

$$v = a_t t$$

เนื่องจากลูกปัดเคลื่อนที่เป็นวงกลม ความเร่งตามเรเดียสจะเท่ากับ

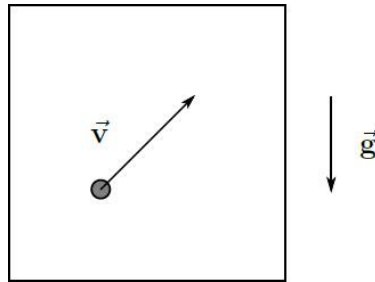
$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{a_t^2}{r} t^2$$

ดังนั้น ความเร่งของลูกปัดจะเท่ากับ

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = a_t \sqrt{\frac{t^4}{r^2} + 1}$$

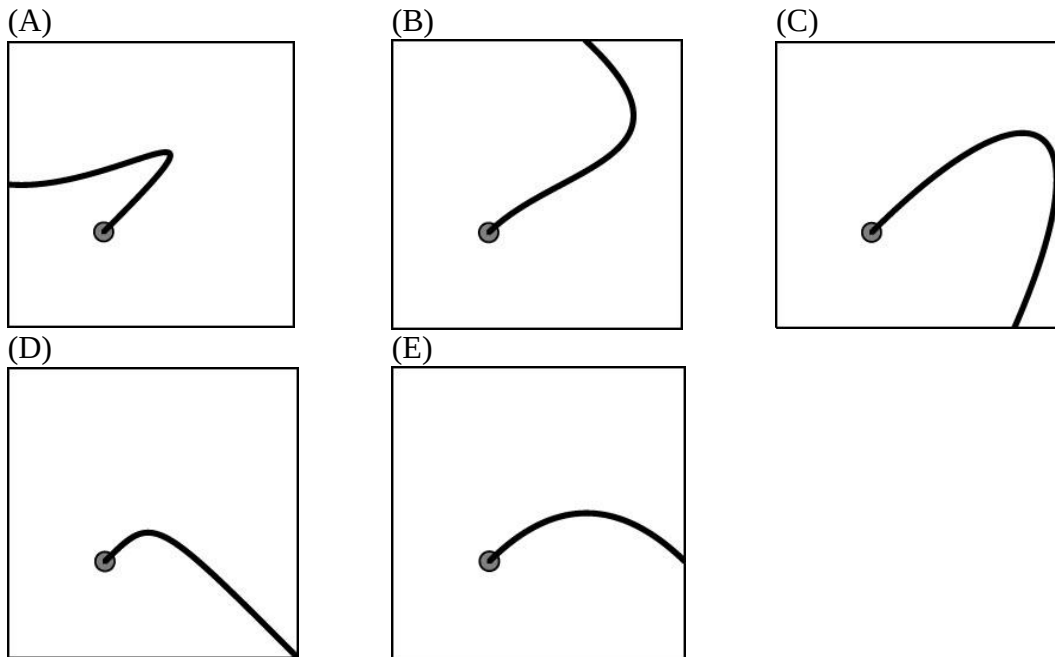
ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 5 และ 6

พิจารณาวัตถุในกล่องที่มีแรงโน้มถ่วงในทิศลง ดังรูป



กำหนดให้ วัตถุมีความเร็วต้นดังรูป และกล่องมีความเร่งคงที่ไปทางด้านขวา

5. ภาพในข้อใด แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุภายในกล่องได้ถูกต้อง



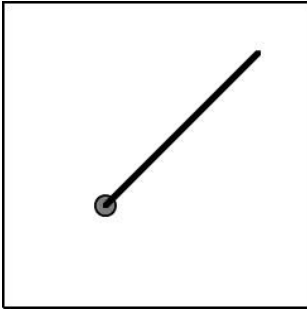
ตอบ (C)

โดยปกติแล้วการเคลื่อนที่ที่มีความเร่ง จะเคลื่อนที่แบบพาราโบลา ซึ่งตรงกับข้อ (C) และ (E)

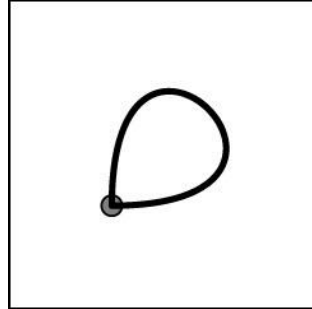
แต่ (E) ผิด เพราะ การเคลื่อนที่นั้นจะเกิดในกรณีที่ไม่มีความเร็วในแนวนอน

6. หากเลือกขนาดความเร่งของกล่องได้ถูกต้อง วัตถุสามารถเคลื่อนที่กลับมายังจุดเริ่มได้อีกครั้ง ภาพในข้อใด แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของวัตถุภายในกล่องได้ถูกต้อง

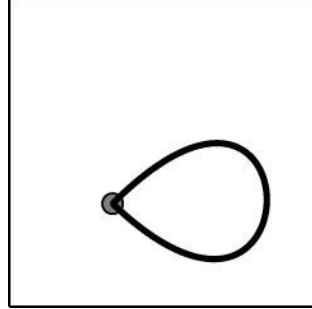
(A)



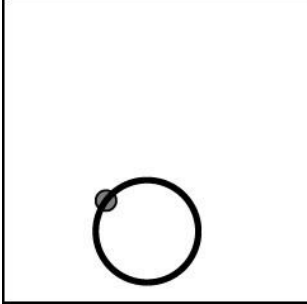
(B)



(C)



(D)



(E)



ตอบ (A)

ใช้หลักการเดียวกับข้อ 5

7. (เกินหลักสูตรการสอบเข้า สอวน.) มวลติดกับสปริงที่ยังไม่ถูกยืดออกและตรึงปลายด้านหนึ่งไว้ ถูกวางบนโต๊ะลื่น ถ้าขยับมวลออกมาด้วยระยะ A ขนานกับโต๊ะ แต่ตั้งฉากกับสปริงจนเกิดการสั่น แล้วคาบของการสั่น T จะเปลี่ยนไปอย่างไร

- (A) คาบของการสั่นไม่ได้ขึ้นกับระยะ A
- (B) เพิ่มขึ้น เมื่อ A เพิ่มขึ้น และเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่ง
- (C) ลดลง เมื่อ A เพิ่มขึ้น และเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่ง
- (D) หาค่าประมาณเป็นค่าคงที่ได้ เมื่อ A มีค่าเล็กๆ จากนั้นจะเพิ่มขึ้นโดยไม่มีขอบเขต
- (E) หาค่าประมาณเป็นค่าคงที่ได้ เมื่อ A มีค่าเล็กๆ จากนั้นจะลดลงโดยไม่มีขอบเขต

ตอบ (C)

8. จากกฎของเคปเลอร์ (Kepler's Laws) ระบุว่า

I. วงโคจรของดาวเคราะห์จะเป็นวงรี โดยมีดวงอาทิตย์เป็นจุดโฟกัส

II. เส้นตรงที่เชื่อมระหว่างดาวเคราะห์กับดวงอาทิตย์จะกวาดพื้นที่ได้เท่ากัน ในระยะเวลาที่เท่ากัน

III. กำลังสองของคาบการโคจรของดาวเคราะห์ เป็นสัดส่วนโดยตรงกับกำลังสามของกึ่งแกนเอก (semimajor axis) ของวงโคจร

กฎข้อใดจะเป็นจริง ถ้าแรงโน้มถ่วงมีสัดส่วนเป็น $1/r^3$ แทนที่จะเป็น $1/r^2$

(A) เฉพาะข้อ I.

(B) เฉพาะข้อ II.

(C) เฉพาะข้อ III.

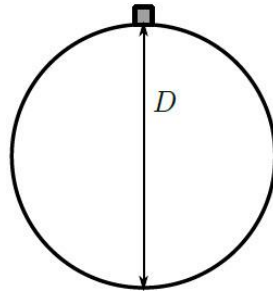
(D) ข้อ I. และ II.

(E) ไม่มีข้อใดเป็นจริง

ตอบ (B)

เพราะกฎข้อที่สองเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม จึงเป็นจริงสำหรับ central potential ใดๆ ส่วนอีกสองข้อจำเป็นจะต้องแปรผันกับ $1/r^2$

9. ลูกปัดขนาดเล็กวางอยู่บนลูกแก้วกลมกลิ้งที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง D ดังรูป ถ้าสะกิดให้ลูกปัดเลื่อนไปตามลูกแก้ว แล้วอัตราเร็ว v ของลูกปัด ขณะไหลตกจากลูกแก้วเท่ากับข้อใด



- (A) $v = \sqrt{gD}$
 (B) $v = \sqrt{4gD/5}$
 (C) $v = \sqrt{2gD/3}$
 (D) $v = \sqrt{gD/2}$
 (E) $v = \sqrt{gD/3}$

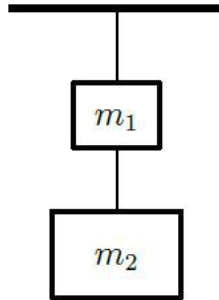
ตอบ (E)

หาคำตอบจากสมการ

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$mg \sin \theta = m \frac{v^2}{R}$$

10. กล้องสองใบ ถูกผูกติดกันด้วยเชือกเบาสองเส้น และนำไปแขวนไว้บนเพดาน ดังรูป มวลของกล้องบนและล่างหนัก $m_1 = 2 \text{ kg}$ และ $m_2 = 4 \text{ kg}$ ตามลำดับ ถ้าตัดเชือกที่แขวนกับเพดานแล้วความเร่งของกล้องทั้งสองใบ ขณะกล้องใบบนสุดเริ่มร่วงลงจะเท่ากับข้อใด



- (A) กล้องบน: 10 m/s^2 , กล้องล่าง: 0
 (B) กล้องบน: 10 m/s^2 , กล้องล่าง: 10 m/s^2
 (C) กล้องบน: 20 m/s^2 , กล้องล่าง: 10 m/s^2
 (D) กล้องบน: 30 m/s^2 , กล้องล่าง: 0
 (E) กล้องบน: 30 m/s^2 , กล้องล่าง: 10 m/s^2

ตอบ (D)

แผนภาพของกล้องใบที่ 1 และ 2 ก่อนตัดเชือก สามารถใช้พิจารณาขณะเชือกถูกตัดทันทีได้ เพราะเวลาที่เชือกถูกตัดนั้นสั้นมาก และไม่ก่อให้เกิดแรงที่กระทำต่อกล้องใบที่ 1 ลองใช้ผลที่ได้จากแผนภาพหาความเร่งของกล้องทั้งสองใบดู

11. พลังงานที่ออกมาจากรถทดลองรุ่นทรงลูกบาศก์ จะแปรผันตามมวล m ของรถ และแรงต้านอากาศต่อรถจะแปรผันตาม Av^2 โดย v คือ อัตราเร็วของรถ และ A คือ พื้นที่ตัดขวาง เมื่ออยู่บนถนนเรียบรถจะมีอัตราเร็วสูงสุดเป็น $v_{\max}$ สมมติว่า รถรุ่นนี้มีความหนาแน่นเท่ากันทุกคัน แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

(A) $v_{\max} \propto m^{1/9}$

(B) $v_{\max} \propto m^{1/7}$

(C) $v_{\max} \propto m^{1/3}$

(D) $v_{\max} \propto m^{2/3}$

(E) $v_{\max} \propto m^{3/4}$

ตอบ (A)

จากปริมาตรของลูกบาศก์ $L \propto m^{1/3}$ ดังนั้น $A \propto m^{2/3}$ และโจทย์ให้ความหนาแน่นเป็นค่าคงที่

จะหาความเร็วได้ ดังนี้

$$m \propto P = Fv \propto Av^3 \propto m^{2/3} v^3$$

ดังนั้น

$$m \propto v^9$$

12. ให้ภาชนะที่บรรจุของเหลว มีบล็อกก้อนหนึ่งลอยแบบจมบางส่วนอยู่ ถ้าเราเพิ่มความเร่งให้ทั้งภาชนะ แล้วผลลัพธ์จะเป็นอย่างไร สมมติว่า ทั้งบล็อกและของเหลวไม่สามารถบีบอัดได้
- (A) บล็อกจะจมลงไปในของเหลว
 - (B) บล็อกในของเหลวจะลอยสูงขึ้น
 - (C) บล็อกจะไม่ลอยหรือจมไปจากเดิม
 - (D) คำตอบขึ้นอยู่กับทิศทางการเคลื่อนที่ของภาชนะ
 - (E) คำตอบขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร่ง

ตอบ (C)

ส่วนที่จมหรือลอยไม่ขึ้นกับค่าความโน้มถ่วง g กล่าวคือ

$$\rho_{\text{วัตถุ}} g V_{\text{วัตถุ}} = \rho_{\text{เหลว}} g V_{\text{แทนที่}}$$
$$V_{\text{แทนที่}} = \frac{\rho_{\text{วัตถุ}} V_{\text{วัตถุ}}}{\rho_{\text{เหลว}}}$$

ดังนั้น บล็อกจะไม่ลอยหรือจมไปจากเดิม

13. วัตถุมวล m_1 เริ่มเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v_0 แล้วชนกับวัตถุที่เดิมหยุดนิ่ง มวล $m_2 = \alpha m_1$ โดยที่ $\alpha < 1$ การชนกัน อาจจะยืดหยุ่นสมบูรณ์ ไม่สมบูรณ์ หรือยืดหยุ่นบางส่วนก็ได้ หลังการชน วัตถุทั้งสองจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v_1 และ v_2 สมมติว่า เป็นการชนกันหนึ่งมิติ และวัตถุแรกไม่สามารถทะลุผ่านวัตถุสองได้ แล้วอัตราส่วนอัตราเร็วของวัตถุที่สอง หลังการชน $r_2 = v_2 / v_0$ จะอยู่ในช่วงใด

- (A) $(1 - \alpha) / (1 + \alpha) \leq r_2 \leq 1$
 (B) $(1 - \alpha) / (1 + \alpha) \leq r_2 \leq 1 / (1 + \alpha)$
 (C) $\alpha / (1 + \alpha) \leq r_2 \leq 1$
 (D) $0 \leq r_2 \leq 2\alpha / (1 + \alpha)$
 (E) $1 / (1 + \alpha) \leq r_2 \leq 2 / (1 + \alpha)$

ตอบ (E)

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม และพลังงานจลน์ ในกรณีที่มีการชนนั้นยืดหยุ่นสมบูรณ์ จะได้ว่า

$$r_1 = \frac{v_1}{v_0} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

$$r_2 = \frac{v_2}{v_0} = \frac{2}{1 + \alpha}$$

เนื่องจาก $\alpha < 1$ วัตถุ m_1 จะมีอิทธิพลมากกว่าวัตถุ m_2 ดังนั้น การเคลื่อนที่ที่ยังคงไปข้างหน้า

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ในกรณีที่มีการชนนั้นไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ จะได้ว่า

$$r_1 = r_2 = \frac{1}{1 + \alpha}$$

จากที่วัตถุ m_2 เคลื่อนที่ไปข้างหน้าเสมอ และวัตถุ m_1 ไม่สามารถทะลุผ่านวัตถุ m_2 ได้ ดังนั้น วัตถุ m_2 จะต้อง

เคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่เป็นบวกมากกว่า (หรือเท่ากับ) วัตถุ m_1

ดังนั้น

$$1 / (1 + \alpha) \leq r_2 \leq 2 / (1 + \alpha)$$

การหาช่วงคำตอบของ วัตถุ m_1 อาจจะยากกว่าเล็กน้อย เพราะสถานการณ์นี้อาจจะมีการกระดอนกลับเกิดขึ้น แต่ในกรณีนี้ $\alpha < 1$ ทำให้ความเร็วหลังการชนเคลื่อนที่ไปข้างหน้า จึงได้ว่า

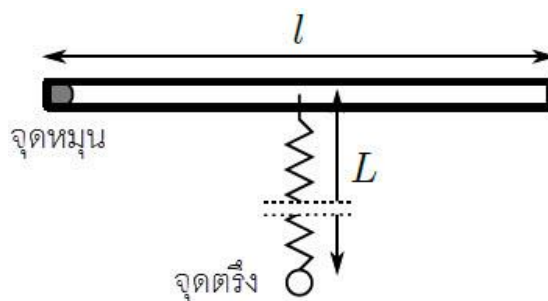
$$(1 - \alpha) / (1 + \alpha) \leq r_1 \leq 1 / (1 + \alpha)$$

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 14 และ 15 (เกินหลักสูตรการสอบเข้า สอน.)

กำหนดคานยาว l วางบนระนาบพื้นลื่น ปลายด้านหนึ่งถูกยึดให้หมุนรอบแกนได้ และปลายอีกด้านติดสปริงยาว $L \gg l$ ขณะยังไม่ยืดออก สปริงถูกวางอยู่บนพื้นและตั้งฉากกับคาน และสปริงฝั่งที่ติดกับคานสามารถขยับได้ และปลายอีกข้างเป็นจุดตรึง เมื่อขยับคานหมุนรอบแกนเล็กน้อย สปริงจะสั่นด้วยความถี่ f



14. ถ้าย้ายตำแหน่งของสปริง และจุดตรึง ไปยังจุดกึ่งกลางของคาน แล้วขยับคานเล็กน้อย ความถี่การสั่นของสปริงจะเท่ากับข้อใด



- (A) $f / 2$
- (B) $f / \sqrt{2}$
- (C) f
- (D) $\sqrt{2} f$
- (E) $2f$

ตอบ (A)

สังเกตว่า สปริงยังคงตั้งฉากกับคานเหมือนเดิม สมมติว่า โมเมนต์ความเฉื่อยของคานรอบจุดหมุนคือ I ระยะจากจุดหมุนถึงสปริงคือ r และค่าคงสปริงคือ k เมื่อขยับคานทำมุม θ สปริงจะยืดออก θr และแรงที่กระทำโดยสปริงจะเท่ากับ $k\theta r$ มีระยะห่างจากจุดหมุน r จะได้สมการการเคลื่อนที่ ดังนี้

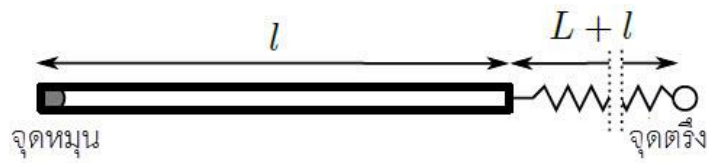
$$\begin{aligned}\tau &= I\alpha \\ -kr^2\theta &= I\ddot{\theta}\end{aligned}$$

พิจารณา สูตรความถี่ของการสั่นแบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

$$f = \frac{1}{2\pi} \omega = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kr^2}{I}}$$

จะเห็นว่า ความถี่แปรผกผันตรงกับระยะห่าง r เมื่อระยะห่างลดลงครึ่งหนึ่ง ความถี่ก็จะลดลงครึ่งหนึ่งเช่นกัน

15. ย้ายสปริงกลับไปตำแหน่งเดิม และให้จุดตรึงอยู่ในแนวเดียวกับคาน เมื่อขยับจุดตรึงให้ยืดออกไป l แล้วความถี่การสั่นของสปริงจะเท่ากับข้อใด



- (A) $f / 3$
- (B) $f / \sqrt{3}$
- (C) f
- (D) $\sqrt{3} f$
- (E) $3f$

ตอบ (C)

สังเกตว่า แรงดึงในสปริงสามารถแทนด้วยค่าคงที่ พิจารณา แรงที่กระทำโดยสปริง คือ kl (อ้างอิงตัวแปรจาก ข้อ 14) และระยะห่างจากจุดหมุนคือ $l\theta$ จะได้สมการการเคลื่อนที่ ดังนี้

$$-kl^2\theta = I\ddot{\theta}$$

ซึ่งตรงกับสมการการเคลื่อนที่ในข้อ 14 (โดย $r = l$) ดังนั้น ความถี่ต้องมีค่า f เท่าเดิม

16. ลูกบอลกลิ้งลงมาจากรถบรรทุกที่วิ่งไปทิศขวาด้วยอัตราเร็ว 10.0 m/s ส่วนลูกบอลกลิ้งตามแนวราบด้วยอัตราเร็ว 8.0 m/s ในทิศซ้ายมือของผู้สังเกตบนรถบรรทุก ถ้าลูกบอลตกลงบนพื้นถนนจากความสูง 1.25 m แล้วจุดที่ลูกบอลตกกระทบพื้นขณะนั้น จะห่างจากด้านหลังของรถบรรทุกเท่าใด

- (A) 0.50 m
- (B) 1.0 m
- (C) 4.0 m
- (D) 5.0 m
- (E) 9.0 m

ตอบ (C)

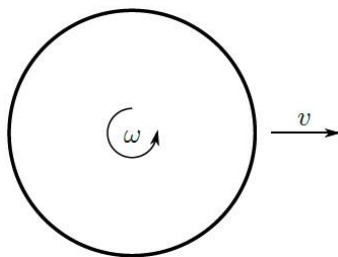
ใช้สูตร

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

จะได้เวลาในการตกถึงพื้น 0.5s เทียบกับอัตราเร็วรถบรรทุก

ดังนั้น ระยะห่างจากรถบรรทุกเท่ากับ $(8.0\text{m/s})(0.5\text{s}) = 4.0 \text{ m}$

17. (เกินหลักสูตรการสอบเข้า สอน.) จากรูป ลูกปิงปองมวล m กำลังอยู่บนพื้นด้วยความเร็วต้นในแนวนอน v และความเร็วเชิงมุม ω เนื่องจากพื้นมีแรงเสียดทาน ทำให้ความเร็วและความเร็วเชิงมุมของลูกปิงปองเปลี่ยนแปลงไป จงหาความเร็ววิกฤติ v_c ที่ทำให้ลูกปิงปองหยุดนิ่ง อย่าลืมว่าลูกปิงปองเป็นทรงกลมกลวง



(A) $v = \frac{2}{3} R\omega$

(B) $v = \frac{2}{5} R\omega$

(C) $v = R\omega$

(D) $v = \frac{3}{5} R\omega$

(E) $v = \frac{5}{3} R\omega$

ตอบ (A)

โมเมนตัมเริ่มต้นของลูกปิงปองเท่ากับ mv และโมเมนตัมเชิงมุมรอบจุดศูนย์กลางเริ่มต้น เท่ากับ $I\omega = \frac{2}{3}mR^2\omega$

เมื่อลูกปิงปองสัมผัสกับพื้นที่มีแรงเสียดทาน จะเกิดแรงดล $F\delta t$ และเกิดทอร์ก $FR\delta t$ ดังนั้นเราจะได้

$$F\delta t = mv \quad (1)$$

และ

$$Fr\delta t = \frac{2}{3}mr^2\omega \quad (2)$$

นำ (2) $\div$ (1) จะได้

$$R = \frac{2}{3}mR^2 \frac{\omega}{v}$$

18. วัตถุที่เดิมหยุดนิ่ง ถูกหมุนและเร่งความเร็วจนมีความเร็วเชิงมุม $\omega = \pi/15 \text{ rad/s}$ และความเร่งเชิงมุม $\alpha = \pi/75 \text{ rad/s}^2$ ถ้าวัตถุยังคงหมุนต่อด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ และหยุดด้วยความเร่งเชิงมุมที่มีขนาดเท่ากับความเร่งก่อนหน้านี้ แล้วระยะเวลาที่วัตถุจะหมุนวนครบ 3 รอบเท่ากับข้อใด

- (A) 75 s
- (B) 80 s
- (C) 85 s
- (D) 90 s
- (E) 95 s

ตอบ (E)

การหมุนทั้งสามแบบ คือ การหมุนด้วยอัตราเร็วเพิ่มขึ้น คงที่ และลดลง ช่วงของการเปลี่ยนความเร็วจะสมมาตรกัน โดยมีระยะห่าง $\theta = 6\pi$ จึงได้ว่า

$$\theta = \alpha t_1^2 + \omega t_2$$

แต่ $\omega = \alpha t_1$ ดังนั้น

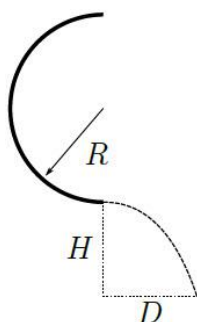
$$\theta = \alpha \left(\frac{\omega}{\alpha} \right)^2 + \omega t_2$$

เมื่อแก้สมการจะได้ $t_2 = 85 \text{ s}$ และ $t_1 = 5 \text{ s}$

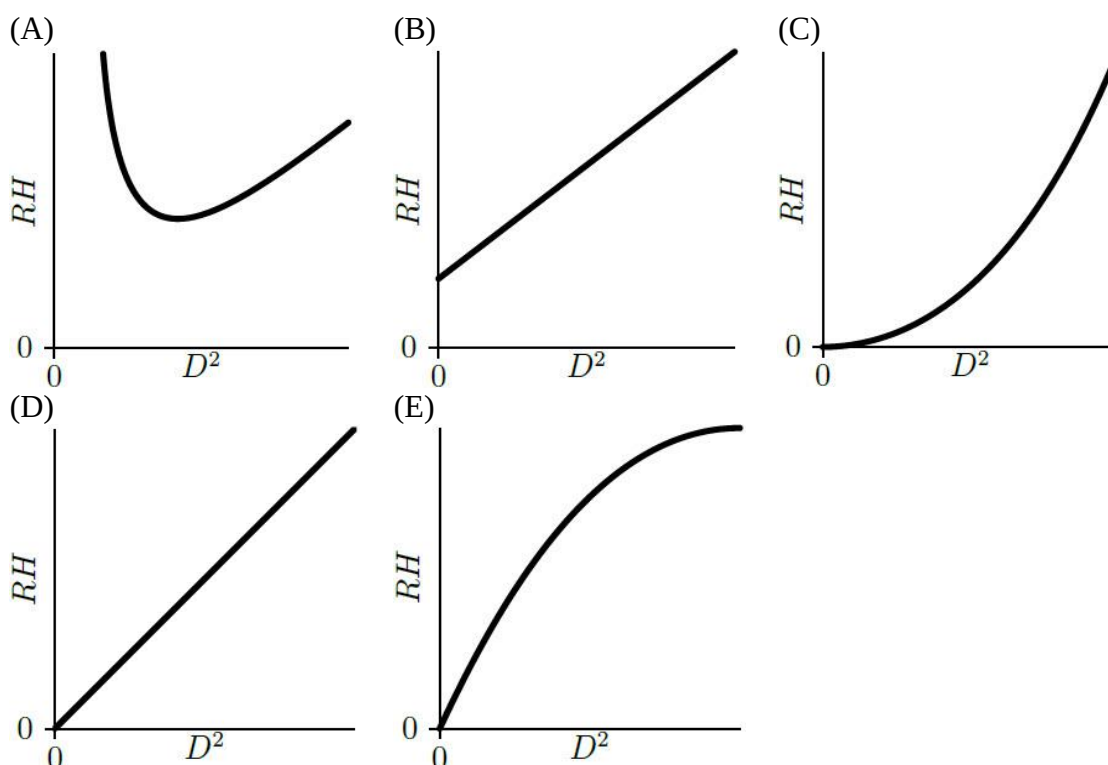
เนื่องจาก t_1 เกิดขึ้นสองครั้ง

ดังนั้น คำตอบ คือ 95 s

19. ลวดรูปครึ่งวงกลมมีรัศมี R ถูกจับตึง ดังรูป ถ้าปล่อยลูกปัดให้เลื่อนมาจากด้านบนของลวด โดยไม่มีแรงเสียดทาน ตามแรงโน้มถ่วง แล้วพุ่งออกจากปลายลวดลงไปยังพื้นดินที่ระดับความสูง H อยู่ไกลจากปลายลวดในแนวนอน D



กราฟใดเป็นกราฟ RH เทียบกับ D^2 ของเหตุการณ์ดังกล่าว



ตอบ (D)

ให้ v เป็นอัตราเร็วขณะลูกปัดหล่นออกจากปลายลวด จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน จะได้

$$\frac{1}{2}v^2 = 2gR$$

ให้ t เป็นเวลาที่ลูกปัดเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ จะได้ $D = vt$ และ

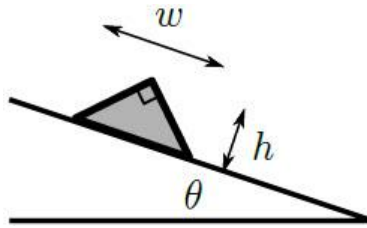
$$H = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{D}{v}\right)^2$$

รวมสมการจะได้

$$H = \frac{1}{8} \frac{D^2}{R}$$

ดังนั้น กราฟ RH เทียบกับ D^2 จะเป็นเส้นตรง

20. ปริซึมมุมฉาก มีหน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก สูง h ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว $w = 2h$ วางอยู่บนพื้นเอียงที่ทำให้มุมกับแนวนอน θ ข้อใดคือสัมประสิทธิ์ต่ำสุดของแรงเสียดทานสถิตที่ทำให้ปริซึมหมุนกลิ้งลงมา (โดยมีจุดยอดหนึ่งเป็นจุดหมุน) และไม่ไถล



- (A) 0.71
- (B) 1.41
- (C) 1.50
- (D) 1.73
- (E) 3.00

ตอบ (E)

ปริซึมจะหมุนกลิ้งลงมา เมื่อจุดศูนย์กลางมวลของปริซึมอยู่สูงกว่ามุมขวาของด้านที่วางบนพื้นเอียง หากอธิบายด้วยตรีโกณมิติ จะกล่าวได้ว่า ปริซึมจะหมุนกลิ้งลงมา เมื่อ

$$\tan \theta > \mu$$

จะเห็นว่าค่าที่สอดคล้อง คือ ข้อ (E)

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 21 และ 22

คันเบายาว L ที่วางตัวในแนวดิ่งและปลายบนติดกับมวล m ปลายล่างสัมผัสกับพื้นและติดกับมวล $3m$ กำหนดให้ไม่มีแรงเสียดทาน และสมมติว่าทุกอย่างเคลื่อนที่ในระนาบเดียว

21. ให้ x เป็นระยะกระจัดในแนวนอนของมวล m เมื่อกระทบพื้น ค่า x มีค่าเท่ากับข้อใด

(A) $x = \frac{3}{4} L$

(B) $x = \frac{3}{5} L$

(C) $x = \frac{1}{4} L$

(D) $x = \frac{1}{3} L$

(E) $x = \frac{2}{5} L$

ตอบ (A)

เนื่องจากจุดศูนย์กลางมวลของระบบไม่สามารถเคลื่อนที่ในแนวนอนได้ จึงไม่แรงที่กระทำกับในแนวนอน

ดังนั้น $x = \frac{3}{4} L$

22. ให้ v เป็นอัตราเร็วของมวล m เมื่อกระทบพื้น ค่า v มีค่าเท่ากับข้อใด

(A) $v = \sqrt{2gL}$

(B) $v = \sqrt{gL}$

(C) $v = \sqrt{2gL/3}$

(D) $v = \sqrt{3gL/2}$

(E) $v = \sqrt{gL/4}$

ตอบ (A)

มวล m จะเคลื่อนที่เฉพาะในแนวตั้งก่อนตกถึงพื้น และในขณะนั้นมวล $3m$ จะถูกทำให้เคลื่อนที่ แต่ตอนนี้มวล $3m$ จะยังอยู่นิ่งก่อน และพลังงานจะถูกสงวนไว้ ดังนั้น ทุกพลังงานศักย์ที่จุดศูนย์กลางมวลของระบบจะอยู่ในมวล m จะได้ว่า

$$U = 4mgh$$

เมื่อ h คือ ความสูงของจุดศูนย์กลางมวล โดยที่ $h = \frac{1}{4}L$

ดังนั้น

$$U = mgL$$

และแน่นอนว่า เราต้องแปลงเป็นพลังงานศักย์ของมวล m ก่อนจะได้

$$mgL = \frac{1}{2}mv^2$$

ดังนั้น $v = \sqrt{2gL}$

23. หนัวยางสม่ำเสมอมวล M และมีค่านิจสปริง k มีรัศมีเดิม R ถ้าข้วางหนัวยางออกไปในอากาศ โดยสมมุติว่า หนัวยางยังคงเป็นวงกลม และหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω รอบจุดศูนย์กลางวงแล้วข้อใด คือ รัศมีใหม่ของหนัวยาง

- (A) $(2\pi kR) / (2\pi k - M\omega^2)$
 (B) $(4\pi kR) / (4\pi k - M\omega^2)$
 (C) $(8\pi^2 kR) / (8\pi^2 k - M\omega^2)$
 (D) $(4\pi^2 kR) / (4\pi^2 k - M\omega^2)$
 (E) $(4\pi kR) / (2\pi k - M\omega^2)$

ตอบ (D)

สำหรับองค์ประกอบของมวล Δm ให้พิจารณา

$$2T \sin \frac{\Delta\theta}{2} = \Delta m \omega^2 R'$$

จาก $\sin \frac{\Delta\theta}{2} \approx \frac{\Delta\theta}{2}$ จะได้ว่า

$$T = \frac{M}{2\pi} \omega^2 R'$$

ในขณะที่

$$T = k2\pi(R' - R)$$

เทียบ T ทั้งสองสมการ แล้วจัดรูปจะได้

$$R' = \frac{4\pi^2 kR}{4\pi^2 k - M\omega^2}$$

24. โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสมมุติว่ามวล m แต่ละด้านยาว a แกนที่ผ่านด้านใดด้านหนึ่งและขนานกับด้านนั้นเท่ากับ $(1/8)ma^2$ แล้วโมเมนต์ความเฉื่อยของรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามวล m แต่ละด้านยาว a แกนที่ผ่านสองจุดที่อยู่ฝั่งตรงข้าม เท่ากับข้อใด

- (A) $(1/8)ma^2$
- (B) $(5/24)ma^2$
- (C) $(17/72)ma^2$
- (D) $(19/72)ma^2$
- (E) $(9/32)ma^2$

ตอบ (B)

เราสามารถแบ่งรูปหกเหลี่ยมมวล m เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าได้หกอัน โดยรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าสีอันจะรวมกันได้ $(1/8)(m/6)a^2$ ส่วนอีกสองอันจะรวมกันได้ $((1/24+1/3)a^2)(m/6)$ ตามทฤษฎีบทของแกนขนาน เมื่อรวมทั้งหมดจะได้ $(5/4)(m/6)a^2 = (5/24)ma^2$

25. นักเรียนสามคน วัดความยาวคานยาว 1.50 เมตร แต่ละคนรายงานความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า เพื่อให้ทราบข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการวัด ดังนี้

ก : วัดครั้งเดียว โดยใช้ตลับเมตรความยาว 2.0 เมตร มีความคลาดเคลื่อน ± 2 มิลลิเมตร

ข : วัดสองครั้ง โดยใช้ไม้เมตร แต่ละครั้งมีความคลาดเคลื่อน ± 2 มิลลิเมตร ซึ่งเขารวมความคลาดเคลื่อนเข้าด้วยกัน

ค : วัดสองครั้ง โดยใช้ไม้บรรทัดสเกลละเอียดสำหรับงานช่าง แต่ละครั้งมีความคลาดเคลื่อน ± 1 มิลลิเมตร ซึ่งเขารวมความคลาดเคลื่อนเข้าด้วยกัน

จากข้อมูล คุณต้องเลือกข้อมูลที่มีความผิดพลาดน้อยที่สุด ข้อใดจัดลำดับความน่าเชื่อถือได้ถูกต้อง

(A) ค > ก > ข

(B) ก > ค > ข

(C) ก = ค > ข

(D) ค > (ก = ข)

(E) ก > (ข = ค)

ตอบ (A)