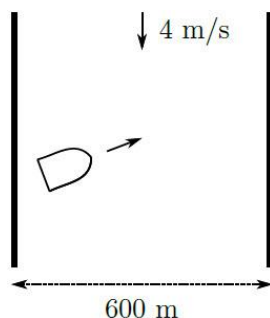


ข้อสอบ $F = ma$ สำหรับการคัดเลือกรอบแรกโครงการฟิสิกส์โอลิมปิกประเทศสหรัฐอเมริกา และเป็นลิขสิทธิ์ของสมาพันธ์ครูฟิสิกส์แห่งสหรัฐอเมริกา สมาคมฟิสิกส์ไทยได้รับอนุญาตให้แปลและเผยแพร่แก่บุคคลทั่วไปได้โดยไม่มีค่าใช้จ่าย

ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดในข้อสอบหรือเฉลย ไม่ว่าหน้าใดหน้าหนึ่งหรือทั้งหมด ไปทำซ้ำหรือดัดแปลง เพื่อประโยชน์ในเชิงพาณิชย์ใดๆ โดยไม่ได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากเจ้าของลิขสิทธิ์

1. แม่น้ำกว้าง 600 เมตร ไหลไปทางทิศใต้ด้วยอัตราเร็ว 4.0 m/s เรือยนต์เล็กมีอัตราเร็ว 5.0 m/s ในน้ำนิ่งขับข้ามฝั่งไปโดยหันหัวเรือไปในทิศทาง ดังรูป



เวลาที่ใช้ในการข้ามแม่น้ำเท่ากับข้อใด

- (A) 67 s
- (B) 120 s
- (C) 150 s
- (D) 200 s
- (E) 600 s

ตอบ (D)

อัตราเร็วสัมพัทธ์ของเรือที่กำลังข้ามฝั่งจะเท่ากับ 3.0 m/s และมีเวกเตอร์ตามรูปที่โจทย์กำหนดให้

2. ขับรถไปทางทิศเหนืออัตราเร็วคงที่ 80 km/hr เป็นระยะทาง 25 km จากนั้นขับต่อไปด้วยอัตราเร็วคงที่ 75 km/hr อีก 75 km อัตราเร็วเฉลี่ยในการเดินทางครั้งนี้เท่ากับข้อใด
- (A) 55.2 km/hr
(B) 57.5 km/hr
(C) 65 km/hr
(D) 69.6 km/hr
(E) 72.5 km/hr

ตอบ (A)

อัตราเร็วเฉลี่ยหาจากระยะทางทั้งหมดหารด้วยเวลาทั้งหมด ในช่วงแรก ระยะทาง 25 km ใช้เวลา 0.31 ชั่วโมง
ในช่วงหลัง ระยะทาง 75 km ใช้เวลา 1.5 ชั่วโมง

$$\text{ดังนั้น อัตราเร็วเฉลี่ย} = \frac{25 + 75}{1.5 + 0.31} \approx 55.2 \text{ km/hr}$$

3. แรงต้านการเคลื่อนที่ของเครื่องบินที่ระดับความสูงหนึ่ง หาจาก $F_f = kv^2$, โดย k คือค่าคงที่ v คือ อัตราเร็วของเครื่องบิน ให้กำลังที่ออกมาจากเครื่องยนต์ คือ P_0 เครื่องบินจะบินด้วยอัตราเร็ว v_0 ถ้ากำลังที่ออกมาจากเครื่องยนต์เพิ่มขึ้น 100% เป็น $2P_0$ แล้วเครื่องบินจะบินได้ด้วยอัตราเร็วเท่าใด

- (A) $1.12v_0$
- (B) $1.26v_0$
- (C) $1.41v_0$
- (D) $2.82v_0$
- (E) $8v_0$

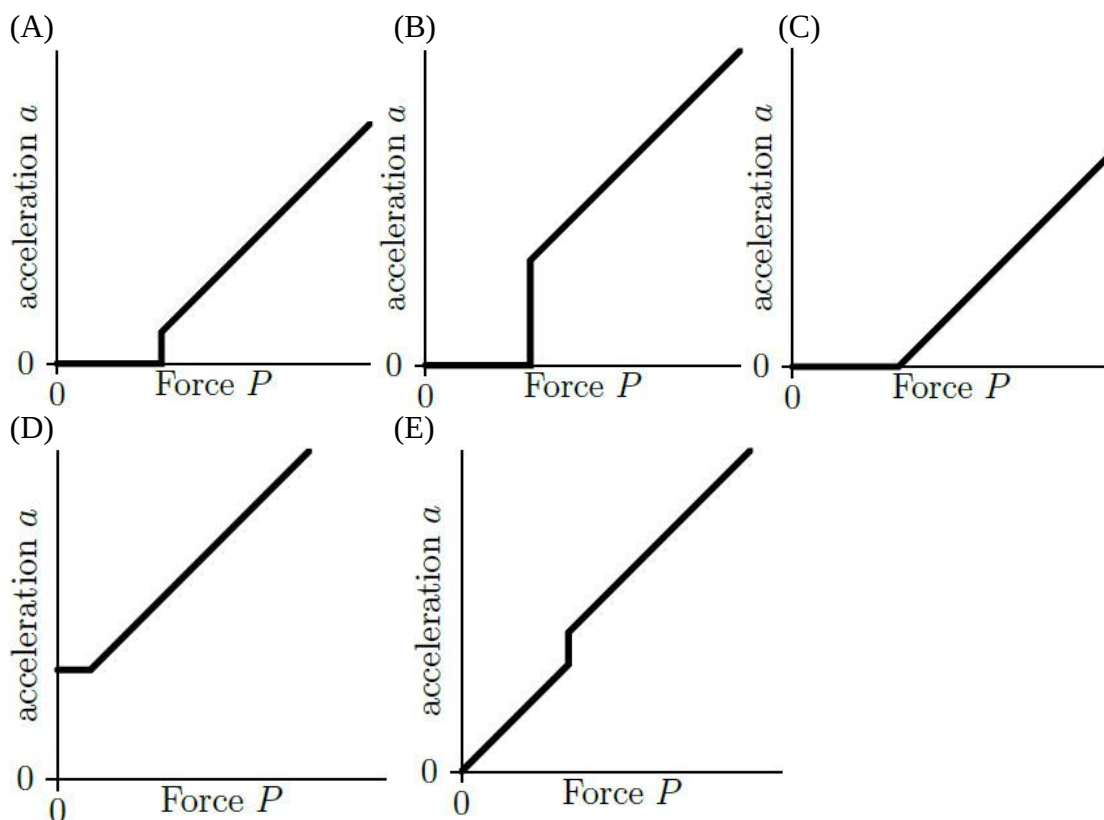
ตอบ (B)

จาก $P = Fv$ ดังนั้น $P = kv^3$ จึงได้

$$v / v_0 = \sqrt[3]{P/P_0}$$

เมื่อแทนค่า จะได้ $v = 1.26v_0$

4. กล่องหนัก 2.0 kg อยู่บนพื้นราบ มีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิตระหว่างกล่องและพื้น μ และค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ระหว่างกล่องและพื้นผิว $\mu_k = 0.90\mu_s$ ถ้ามีแรงภายนอกกระทำกับกล่องในแนวนอนขนาด P แล้วข้อใดเป็นกราฟความเร่งของกล่องเทียบกับแรงภายนอก P

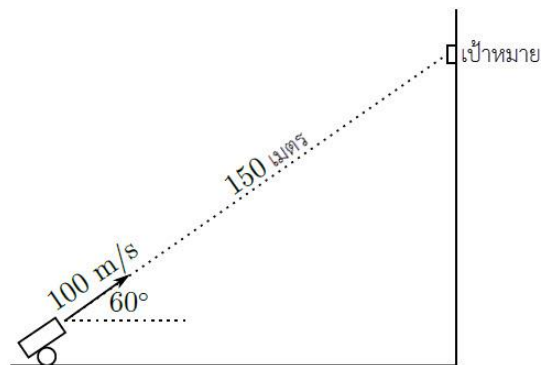


ตอบ (A)

กล่องจะไม่ขยับจนกว่า $P > \mu_s mg$ เมื่อกล่องเคลื่อนที่ที่มีความเร่งเท่ากับ $a = P/m - \mu_k g$ สังเกตว่า กราฟจะไม่ต่อเนื่องที่ $P = \mu_s mg$ และกราฟจะมีความชันเท่ากับ $1/m$

หรืออีกวิธีเราอาจพิจารณาว่า จะเกิดอะไรขึ้นถ้าไม่มีแรงกระทำในแนวราบ

5. ยิงกระสุน 470 กรัม ทำมุมเงย 60 องศา ด้วยอัตราเร็วต้น 100 m/s ตรงไปยังเป้าหมายบนกำแพงที่อยู่ห่างออกไป 150 เมตร ดังรูป



หากไม่คิดแรงต้านอากาศ ระยะที่กระสุนจะพลาดเป้าเมื่อชนกำแพงเท่ากับข้อใด

- (A) 1.3 m
- (B) 2.2 m
- (C) 5.0 m
- (D) 7.1 m
- (E) 11 m

ตอบ (E)

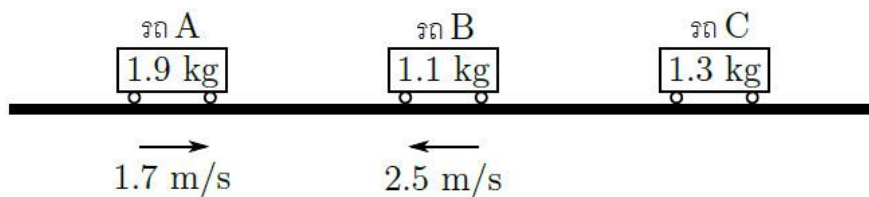
หากไม่สนแรงโน้มถ่วง เวลาที่กระสุนจะไปถึงเป้าหมายจะเท่ากับ

$$150 \text{ (m)} / 100 \text{ (m/s)} = 1.5 \text{ s}$$

ในช่วงเวลานั้น ระยะที่กระสุนจะเคลื่อนที่ลงในแนวตั้งจะเท่ากับ

$$d = \frac{1}{2} gt^2 = 11.25 \text{ m}$$

6. รถของเล่นสามคัน เคลื่อนที่หนึ่งมีติดอย่างอิสระตามแนวนอนโดยไม่มีแรงเสียดทาน รถ A มีมวล 1.9 kg ไปทางขวา ด้วยอัตราเร็วต้น 1.7 m/s รถ B มีมวล 1.1 kg ไปทางซ้ายด้วยอัตราเร็วต้น 2.5 m/s รถ C มีมวล 1.3 kg จอดอยู่นิ่งๆ ถ้าการชนระหว่างรถ A และ B ยึดหยุ่นสมบูรณ์ ส่วนการชนระหว่างรถ B และ C ไม่ยึดหยุ่นสมบูรณ์



ความเร็วของจุดศูนย์กลางมวลของระบบเท่ากับเท่าใด หลังรถทั้งสามคันเกิดการชนครั้งสุดท้าย

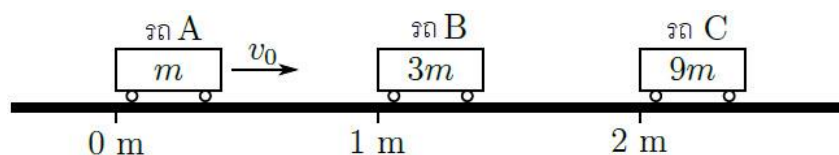
- (A) 0.11 m/s
- (B) 0.16 m/s
- (C) 1.4 m/s
- (D) 2.0 m/s
- (E) 3.23 m/s

ตอบ (A)

จากอัตราเร็วที่จุดศูนย์กลางมวลจะไม่เปลี่ยนไป ไม่ว่าจะเกิดการชนแบบใดก็ตาม จะได้ว่า

$$v_{\text{cm}} = \frac{(1.9 \text{ kg})(1.7 \text{ m/s}) + (1.1 \text{ kg})(-2.5 \text{ m/s}) + (1.3 \text{ kg})(0 \text{ m/s})}{(1.9 \text{ kg}) + (1.1 \text{ kg}) + (1.3 \text{ kg})} = 0.11 \text{ m/s}$$

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 7 และ 8



รถ A, B และ C วางเรียงกับอยู่บนพื้นลื่น รถมีมวล m , $3m$ และ $9m$ ตามลำดับ เดิมรถ B จอดที่ระยะ 1.0 เมตร รถ C จอดที่ระยะ 2.0 เมตร ณ จุดที่กำหนดตำแหน่งไว้ ส่วนรถ A อยู่ที่จุดเริ่มต้นที่ระยะศูนย์เมตร ได้เคลื่อนที่ไปทางรถ B ที่อัตราเร็ว v_0

7. สมมติว่าการชนกันทั้งหมดไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ แล้วอัตราเร็วสุดท้ายของรถ C เท่ากับข้อใด

- (A) $v_0/13$
- (B) $v_0/10$
- (C) $v_0/9$
- (D) $v_0/3$
- (E) $2v_0/5$

ตอบ (A)

หลังเกิดการชนครั้งแรก รถทั้งสองคันจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว $v_0 / (1+3)$ หลังเกิดการชนครั้งที่สอง รถทั้งหมดจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว $v_0 / (1+3+9)$

8. สมมติว่าการชนกันทั้งหมดยืดหยุ่นสมบูรณ์ แล้วอัตราเร็วสุดท้ายของรถ C เท่ากับข้อใด

- (A) $v_0/8$
- (B) $v_0/4$
- (C) $v_0/2$
- (D) v_0
- (E) $2v_0$

ตอบ (B)

โจทย์ข้อนี้หาคำตอบโดยใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานจลน์และโมเมนตัม

สำหรับรถหนึ่งคันในกรณีที่เดิมอยู่นิ่ง และกรณีที่ม้อัตราเร็วต้น จะใช้สมการ ดังนี้

$$v_{1f} = v_0 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$

และ

$$v_{2f} = v_0 \frac{2m_1}{m_1 + m_2}$$

โดยรถคันแรกจะชนกับรถคันที่สองจากทางด้านหลัง แล้วเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยอัตราเร็ว $v_0/2$

เมื่อกำนวณซ้ำอีกครั้ง จะได้อัตราเร็วสุดท้ายของรถคันที่สามเท่ากับ $v_0/4$

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 9 และ 10

ลูกบอล 0.650 kg เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 5.00 m/s ชนกับลูกบอล 0.750 kg ที่เดิมอยู่นิ่ง หลังการชนลูกบอล 0.750 kg เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 4.00 m/s และลูกบอล 0.650 kg กระเด็นทำมุมฉากกับทิศที่ลูกบอล 0.750 kg เคลื่อนที่ออกไป

9. อัตราเร็วสุดท้ายของลูกบอล 0.650 kg เท่ากับข้อใด

- (A) 1.92 m/s
- (B) 2.32 m/s
- (C) 3.0 m/s
- (D) 4.64 m/s
- (E) 5.77 m/s

ตอบ (A)

คำนวณจากกฎการอนุรักษ์ของโมเมนตัม ซึ่งข้อนี้การชนเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้

$$p_{2f}^2 + p_{1f}^2 = p_{1i}^2$$

โดยที่

$$p_{1i} = (0.65 \text{ kg})(5.0 \text{ m/s}) = 3.25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

และ

$$p_{2f} = (0.75 \text{ kg})(4.0 \text{ m/s}) = 3.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

จึงได้

$$p_{1f} = 1.25 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

ดังนั้น

$$v_{1f} = 1.25/0.65 = 25/13 = 1.92 \text{ m/s}$$

10. ให้การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์สุทธิจากการชนครั้งนี้ หาจาก $\Delta K = K_f - K_i$ โดย K_f คือ พลังงานจลน์สุดท้ายสุทธิ และ K_i คือ พลังงานจลน์เริ่มต้นสุทธิ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกต้อง

- (A) $\Delta K = (K_f + K_i)/2$
 (B) $K_f < \Delta K < K_i$
 (C) $0 < \Delta K < K_f$
 (D) $\Delta K = 0$
 (E) $-K_i < \Delta K < 0$

ตอบ (E)

ข้อนี้อาจใช้การแทนค่าที่ได้จากข้อ 10 หรือพิจารณาจากสมการ

$$p_{2f}^2 + p_{1f}^2 = p_{1i}^2$$

จะได้

$$\begin{aligned}\Delta K &= \frac{1}{2} \left(\frac{p_{2f}^2}{m_2} + \frac{p_{1f}^2}{m_1} - \frac{p_{1i}^2}{m_1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{p_{2f}^2}{m_2} - \frac{p_{2f}^2}{m_1} \right)\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\Delta K = \frac{1}{2} \frac{p_{2f}^2}{m_1} \left(\frac{m_1}{m_2} - 1 \right)$$

ชัดเจนว่า ค่าที่ได้จะเป็นลบ และมีขนาดเล็กกว่า K_i

11. ทรงกลมลอยอยู่ในน้ำ โดย $2/3$ ของปริมาตรทรงกลมจมอยู่ในน้ำ ถ้าหยิบทรงกลมไปวางในน้ำมันที่มีความหนาแน่น $3/4$ ของน้ำ แล้วสัดส่วนของทรงกลมที่จมอยู่ในน้ำมันเท่ากับข้อใด

(A) $1/12$

(B) $1/2$

(C) $8/9$

(D) $17/12$

(E) ทรงกลมจะไม่ลอย แต่จะจมในน้ำมัน

ตอบ (C)

เนื่องจากสัดส่วนที่จมอยู่ในน้ำ เท่ากับ อัตราส่วนของความหนาแน่นของทรงกลม จากโจทย์จะได้

$$\rho_{\text{sphere}} = 2/3 \rho_{\text{water}}$$

เมื่อเปลี่ยนไปวางในน้ำมันส่วนที่จมจะเท่ากับ

$$\frac{\rho_{\text{sphere}}}{\rho_{\text{oil}}} = \frac{2/3}{3/4} = \frac{8}{9}$$

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 12 และ 13

ลูกตุ้มประกอบไปด้วย ตั้มนขนาดเล็กมวล m ผูกติดกับเชือกยาว L ให้ลูกตุ้มที่เดิมอยู่นิ่งแกว่งลงมาจากจุดที่ทำมุม $\theta_{\max} < 90$ องศา

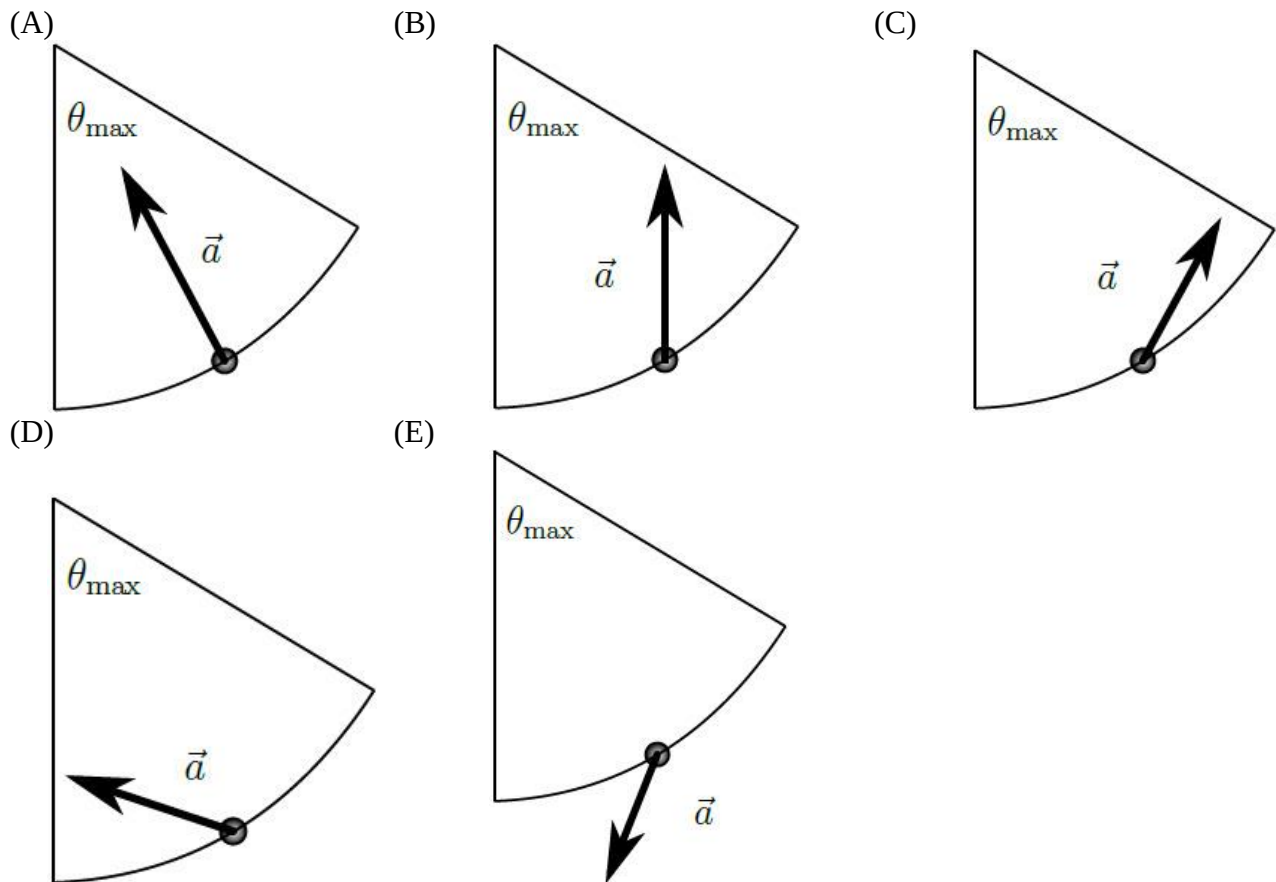
12. ข้อใดกล่าวถูกต้องเกี่ยวกับความเร่งของลูกตุ้ม

- (A) ขนาดของความเร่งจะคงที่ สำหรับการแกว่งนี้
- (B) ขนาดของความเร่งที่จุดต่ำสุดมีค่าเท่ากับ g ความเร่งเป็นไปตามการตกอย่างอิสระ
- (C) ขนาดของความเร่งเป็นศูนย์ ณ บางจุดของการแกว่งนี้
- (D) ความเร่งจะชี้ไปที่จุดศูนย์กลางของวงกลมเสมอ
- (E) ความเร่งที่จุดต่ำสุดของการแกว่งจะชี้ขึ้นในแนวตั้ง

ตอบ (E)

ให้พิจารณาแต่ละสถานการณ์

13. พิจารณา ขณะลูกตุ้มทำมุม $\theta = \frac{1}{2} \theta_{\max}$ ขณะแกว่งขึ้น (ขึ้นไปทาง $\theta_{\max}$) ภาพใดแสดงเวกเตอร์ทิศของความเร่งของลูกตุ้มได้ถูกต้อง



ตอบ (D)

การเคลื่อนที่ของลูกตุ้มจะมีความเร่งชี้ไปที่จุดศูนย์กลางการแกว่ง และมีความเร่งในแนวสัมผัสส่วนโค้งที่ชี้ไปที่ด้านล่างของเส้นทางที่ลูกตุ้มผ่าน

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 14 และ 15

คันเบายาว 3.0 เมตร สามารถหมุนตามแนวอนได้อย่างอิสระรอบจุดศูนย์กลาง ที่ปลายคันมีวัตถุสองชิ้นมวล 5.0 กิโลกรัม วางอยู่ วัตถุสามารถเลื่อนได้อย่างอิสระบนคัน โดยไม่มีแรงเสียดทาน และมีเชือกเบาผูกวัตถุทั้งสองชิ้นไว้ไม่ให้หล่นออกจากคัน

ให้เดิกระบบหมุน 4.0 เรเดียนต่อวินาที ถือว่าระบบไม่มีแรงเสียดทาน และไม่สนใจความไม่เสถียรของระบบ

14. แรงตึงเชือกเดิมเท่ากับข้อใด

- (A) 60 N
- (B) 106 N
- (C) 120 N
- (D) 240 N
- (E) 480 N

ตอบ (C)

ข้อนี้หาคำตอบตรงๆ จาก

$$F = mr\omega^2 = (5.0 \text{ kg})(1.5 \text{ m})(4.0 \text{ rad/s})^2 = 120 \text{ N}$$

15. ให้เชือกค้อยๆ ดึงขึ้น ด้วยมอเตอร์เบาอันเล็กๆ ติดที่อยู่บนวัตถุชิ้นหนึ่ง โดยมอเตอร์จะช่วยดึงทั้งสองวัตถุให้เข้ามาใกล้จุดศูนย์กลางของแกนหมุน จงหางานที่มอเตอร์ใช้ดึงทั้งสองวัตถุจากปลายคานมาอยู่ที่ระยะ 0.5 เมตร จากจุดศูนย์กลางของแกนหมุน

- (A) 120 J
- (B) 180 J
- (C) 240 J
- (D) 1440 J
- (E) 1620 J

ตอบ (D)

งานที่เปลี่ยนเป็นพลังงานหาจาก

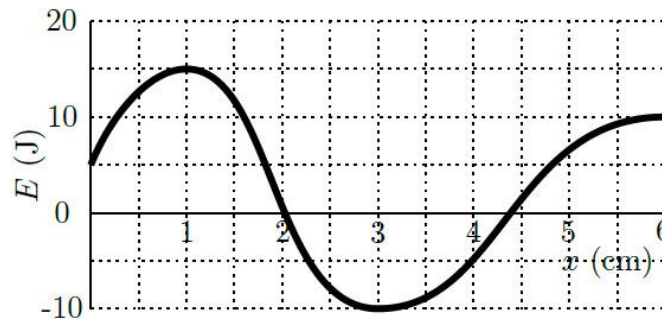
$$W = \frac{1}{2I_f} L^2 - \frac{1}{2I_i} L^2$$

โดย L มาจากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม ซึ่ง $L = I_i \omega_i$ และ I คือ ความเฉื่อยในการหมุนหรือ mr^2

แทน $I_i = 22.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_f = 2.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ และ $L = 90 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}$

จะได้ $W = 1440 \text{ J}$

16. พิจารณากราฟพลังงานศักย์กับตำแหน่งของวัตถุ 0.50 kg



จากกราฟในช่วง $0 \text{ cm} < x < 6 \text{ cm}$ ข้อใดเป็นเท็จ

- (A) วัตถุสมดุลที่ $x = 1 \text{ cm}$ หรือ $x = 3 \text{ cm}$
- (B) พลังงานต่ำสุดสุทธิที่เป็นไปได้สำหรับวัตถุนี้เท่ากับ -10 J
- (C) แรงที่กระทำบนวัตถุที่ $x = 4 \text{ cm}$ มีค่าประมาณ 1000 N
- (D) ถ้าพลังงานสุทธิของวัตถุเท่ากับ 0 J แล้ววัตถุจะมีพลังงานจลน์ 10 J
- (E) ความเร่งของวัตถุที่ $x = 2 \text{ cm}$ มีค่าประมาณ 4 cm/s^2

ตอบ (E)

ให้พิจารณาแต่ละสถานการณ์

17. เราสามารถใช้ล้อยหมุนเพื่อเก็บพลังงานจลน์ได้ ถ้าล้อยมีลักษณะเป็นแผ่นกลม มีความหนาแน่น ρ ความทนต่อแรงดึง σ (ใช้หน่วยปาสคาล) รัศมี r และความหนา h และล้อยสามารถหมุนที่ความเร็วเชิงมุมสูงสุดได้โดยไม่แตกหัก แล้วข้อใดคือพลังงานจลน์สูงสุดต่อกิโลกรัมที่ล้อยสามารถเก็บพลังงานไว้ได้ สมมติว่า α เป็นค่าคงที่ (ระดับเตรียมสอบ สอวน. ให้ใช้การวิเคราะห์มิติ)

(A) $\alpha\sqrt{\rho\sigma/r}$

(B) $\alpha h\sqrt{\rho\sigma/r}$

(C) $\alpha\sqrt{(h/r)(\sigma/\rho)^2}$

(D) $\alpha(h/r)(\sigma/\rho)$

(E) $\alpha\sigma/r$

ตอบ (E)

ข้อนี้จะใช้การวิเคราะห์มิติ โดยการหาเลขชี้กำลัง a, b, c, d ใน

$$\rho^a \sigma^b r^c h^d$$

ซึ่งมีมิติของพลังงานคิดเป็นต่อมวล

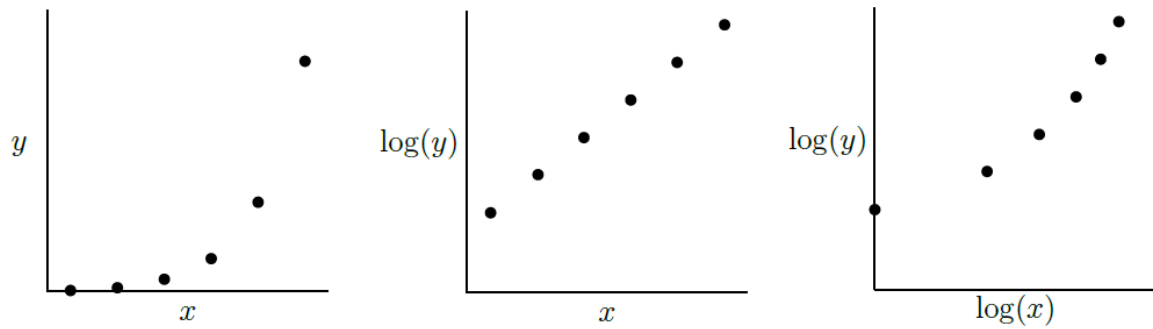
จะได้

$$(M/L^3)^a (M/LT^2)^b (L)^c (L)^d = (L^2/T^2)$$

เมื่อแก้สมการจะได้ $b = 1$, $a = -1$ และ $c = -d$ แม้ว่าเราจะหาค่า d จากการวิเคราะห์มิติไม่ได้ แต่เราสามารถใช้เหตุผลอธิบายได้ว่า ถ้าแผ่นกลมหนาขึ้นเป็นสองเท่า แล้วความเร็วในการหมุนสูงสุดที่เป็นไปได้ก่อนที่ล้อยจะแตกจะไม่เปลี่ยนแปลง แสดงว่า พลังงานและมวลจะต้องเกิดขึ้นสองครั้ง

ดังนั้น $d = 0$

18. พิจารณาสามกราฟ ที่มาจากข้อมูลเดียวกัน



ฟังก์ชันในข้อใดสอดคล้องกับกราฟของข้อมูลดังกล่าว สมมุติว่า a และ b เป็นค่าคงที่

- (A) $y = ax + b$
- (B) $y = ax^2 + b$
- (C) $y = ax^b$
- (D) $y = ae^{bx}$
- (E) $y = a \log x + b$

ตอบ (D)

จากกราฟ $\log$ เชิงเส้นเป็นเส้นตรง แสดงว่าข้อมูลจะเป็นไปตามสมการ

$$\log y = Ax + B$$

หรือ

$$y = ae^{bx}$$

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 19 และ 20

มาโนมิเตอร์รูปตัวยู (U-tube manometer) คือ ท่อทรงกระบอกที่โค้งงอเป็นรูปตัว U มีเส้นผ่านศูนย์กลางสม่ำเสมอตลอดเส้น ภายในท่อจะมีน้ำที่มีความหนาแน่น ρ_w ระดับความสูงของน้ำในท่อทั้งสองฝั่งจะเท่ากับ L ในที่นี้เราจะไม่สนใจความตึงผิวและความหนืดของของเหลว

19. ถ้าน้ำในท่อฝั่งหนึ่งขยับตัวสูงขึ้นมา x แล้วน้ำในท่ออีกฝั่งจะลดลงมา x ด้วยเช่นกัน แล้วความถี่การขึ้นลงของน้ำในท่อเท่ากับข้อใด

(A) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{2g/L}$

(B) $2\pi \sqrt{g/L}$

(C) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{2L/g}$

(D) $\frac{1}{2\pi} \sqrt{g/\rho_w}$

(E) $2\pi \sqrt{\rho_w g L}$

ตอบ (A)

ความถี่ในการสั่นหาจาก

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k/m}$$

โดย m คือ มวล ซึ่งเท่ากับ $L\rho_p$ โดย L เป็นความยาวทั้งหมดของของเหลว และมี k เป็นค่าสปริง

ถ้าระยะทางที่ของเหลวเคลื่อนที่ได้เท่ากับ x แล้วแรงดึงกลับสุทธิบนของไหลจะเท่ากับ $2xg\rho_p$

จะได้ $k = 2g\rho_p$

ดังนั้น

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2g/L}$$

20. ถ้าเติมน้ำมันที่มีความหนาแน่นครึ่งหนึ่งของน้ำลงไปในด้านหนึ่งของท่อ จนกระทั่งความยาวของลำน้ำมันเท่ากับ ความยาวของลำน้ำ จงหาผลต่างความสูงของน้ำและน้ำมันที่จุดสมดุล

- (A) L
- (B) $L/2$
- (C) $L/3$
- (D) $3L/4$
- (E) $L/4$

ตอบ (B)

ข้อนี้จะต้องหาแรงที่ทำให้เกิดสมดุล สมมติให้ x คือ ความสูงของน้ำในหลอดฝั่งที่มีเฉพาะแต่น้ำจะได้

$$x\rho_w = (L - x) \rho_w + L\rho_o$$

หรือ

$$x = L - x + L/2$$

$$x = 3L/4$$

ดังนั้น ผลต่างความสูงของน้ำและน้ำมันที่จุดสมดุลจะเท่ากับ

$$(2L - x) - x = 2(L - x) = L/2$$

21. ยิงวัตถุขึ้นฟ้าด้วยอัตราเร็ว 50 m/s แล้วตกกลับลงมาพื้นดินด้วยสัมประสิทธิ์การกระแทก $C_R = 0.9$ หมายความว่า วัตถุจะมีการกระเด็นกลับด้วยอัตราเร็ว 90% ของอัตราเร็วที่ตกลงมา จงหาเวลารวมที่ใช้ ตั้งแต่เริ่มยิงวัตถุจนกระทั่งตกกลับลงมาถึงพื้นแล้วหยุดนิ่ง สมมุติว่าเวลาในการกระแทกเป็นศูนย์ (การกระเด็นกลับเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว) เหตุการณ์นี้เป็นแบบอุดมคติ และไม่สนใจผลควอนตัมใด ๆ ที่อาจเกิดขึ้นกับการกระแทก

- (A) 71 s
 (B) 100 s
 (C) 141 s
 (D) 1000 s
 (E) ∞ (วัตถุจะไม่มีวันหยุดนิ่ง)

ตอบ (B)

ในการกระแทกพื้นจะมี $C_R = v_f / v_i$ และเวลาที่ลูกกลอยกลางอากาศระหว่างกระแทกพื้นสองครั้งเท่ากับ $t = 2v / g$ โดย v คือ อัตราเร็วต้นขณะวัตถุพุ่งขึ้นจากการกระแทก เราจะได้ลำดับอนันต์ คือ

$$t_n = \frac{2}{g} v_n = \frac{2}{g} v_0 C_R^n$$

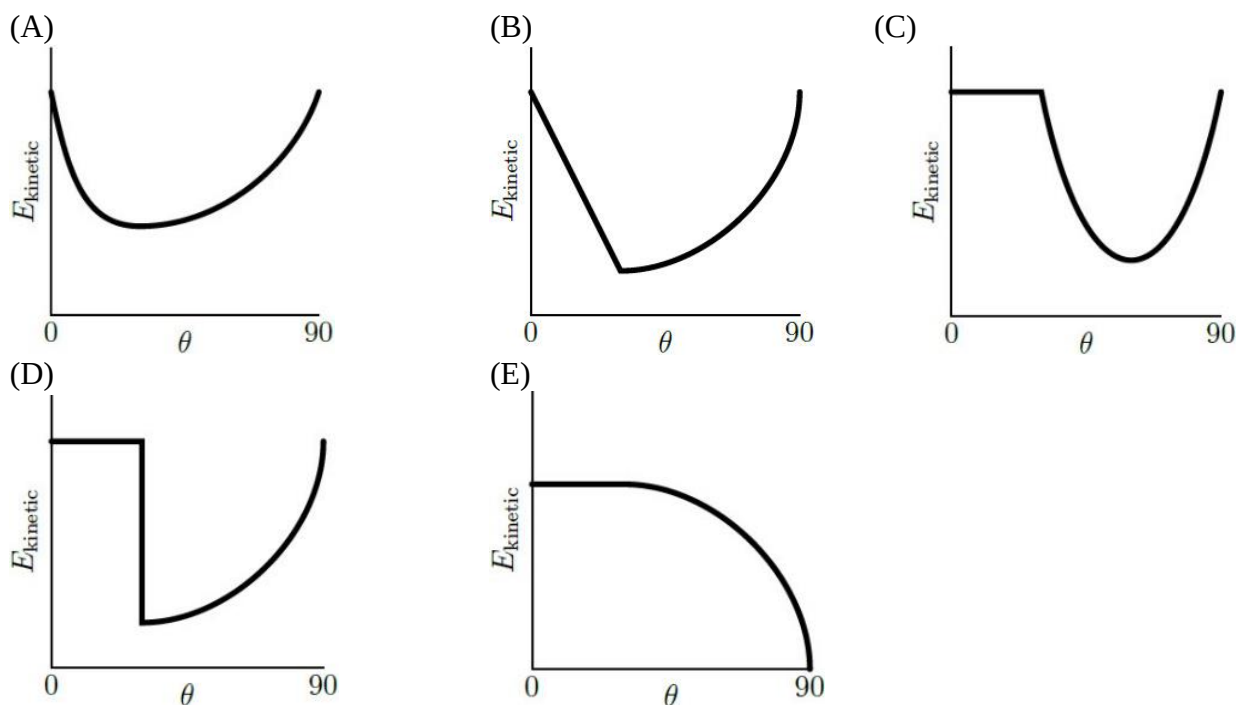
เมื่อหาผลรวม เราจะได้อนุกรมที่เป็นเวลารวมทั้งหมด คือ

$$T = \sum \frac{2}{g} v_0 C_R^n = \frac{2}{g} v_0 \sum C_R^n = \frac{2}{g} v_0 \frac{1}{1 - C_R}$$

ดังนั้น

$$T = \frac{2}{10 \text{ m/s}^2} (50 \text{ m/s}) \frac{1}{1 - 0.9} = 100 \text{ s}$$

22. ปล่อยลูกบอลตันกลิ้งจากจุดหนึ่งไปตามพื้นเอียงที่มีมุม θ ต่างๆ แต่ความสูง h มีค่าเท่ากัน ค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานสถิต และแรงเสียดทานจลน์ทั้งสองมีค่าเท่ากับ μ กราฟใดแสดงพลังงานจลน์สุดท้ายของลูกบอลที่ด้านล่างของพื้นเอียง ที่เปลี่ยนไปตามมุม θ ต่างๆ ได้ถูกต้อง



ตอบ (C)

เนื่องจากลูกบอลจะกลิ้งโดยไม่ไถล ถ้า θ มีค่าน้อยกว่ามุมวิกฤติ ดังนั้น สำหรับ θ ที่น้อยกว่ามุมวิกฤติ จึงไม่มีพลังงานที่สูญเสียไปกับแรงเสียดทาน แต่สำหรับ θ ที่มากกว่ามุมวิกฤติ ลูกบอลจะเกิดการไถลและมีพลังงานที่สูญเสียไปกับแรงเสียดทาน และถ้า $\theta = 90$ องศา ลูกจะตกลงมาตรงๆ โดยไม่มีแรงเสียดทาน จึงไม่มีพลังงานที่สูญเสียไป ดังนั้น กราฟจะต้องมีมุมหนึ่งที่มีการสูญเสียพลังงานไปกับแรงเสียดทานมากที่สุด

23. วัตถุ 2.0 kg เดิมหยุดนิ่งตกลงมาจากความสูง 5.0 เมตร ไปโดนวัตถุ 6.0 kg ที่ตั้งอยู่บนสปริงเบาที่มีค่าคงสปริง $k = 72 \text{ N/m}$ จากการกระแทก ทำให้วัตถุทั้งสองติดไปด้วยกันและทำให้สปริงเกิดการสั้น จงหาว่าวัตถุ 6.0 kg จะเคลื่อนที่ได้ไกลเท่าไรจากจุดเริ่มต้น

- (A) 0.27 m
(B) 1.1 m
(C) 2.5 m
(D) 2.8 m
(E) 3.1 m

ตอบ (B)

ใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานหาอัตราเร็วของวัตถุ 2.0 kg ขณะก่อนเกิดการชน จะได้

$$m_1gy = (2.0 \text{ kg})(10 \text{ m/s})(5.0 \text{ m}) = 100 \text{ J}$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับพลังงานจลน์ จะได้

$$v = \sqrt{2K_1/m_1} = 10.0 \text{ m/s}$$

เนื่องจากการชนนั้นไม่ยืดหยุ่น จึงได้

$$v_f = v_1 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 2.5 \text{ m/s}$$

ใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานอีกครั้ง

$$K_f = \frac{1}{2}m_t v^2 = \frac{1}{2}(8.0 \text{ kg})(2.5 \text{ m/s})^2 = 25 \text{ J}$$

ขณะสปริงถูกบีบจะมีการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์โน้มถ่วง เราจึงต้องแก้สมการเพื่อหาค่า x พิจารณา

$$\frac{1}{2}kx^2 + m_tgx = K_f$$

หรือ

$$36x^2 + 20x - 25 = 0$$

จะได้ค่า $x = -1.15$ และ $x = 0.6 \text{ m}$

ดังนั้น วัตถุจะเคลื่อนที่ได้ไกล 1.1 m (จริงๆ ควรปัดเป็น 1.2 m)

24. อัตราเร็วของคลื่นตามขวางในเส้นลวดเหล็ก หาจาก

$$v = \sqrt{\frac{T}{M/L}}$$

โดย T คือ แรงตึงในเส้นลวด M คือ มวล และ L คือ ความยาวลวด สมมติว่าไม่มีการยืดจากแรงตึง

ถ้าลวดเหล็กสองอันที่ยาวเท่ากัน แต่เส้นแรกมีรัศมี r_1 เส้นที่สองมีรัศมี $r_2 = 4r_1$ แต่ละสายถูกตึงให้ตึงที่สุดเท่าที่จะตึงได้

โดยไม่ขาดออก แล้วอัตราส่วนความถี่มูลฐานของการสั่น ของลวดทั้งสองเส้น f_1/f_2 เท่ากับข้อใด

- (A) 1
- (B) $\sqrt{2}$
- (C) 2
- (D) $2\sqrt{2}$
- (E) 4

ตอบ (A)

ลวดจะขาดเมื่อ $T > \sigma A$ โดยที่ σ คือความต้านทานแรงตึง และ A เป็นพื้นที่หน้าตัด จะได้

$$v = \sqrt{\frac{T}{M/L}} = \sqrt{\frac{\sigma A L}{M}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$$

โดย ρ คือ ความหนาแน่น

เนื่องจากสมการนี้ไม่ขึ้นอยู่กับความยาวของสตริง ดังนั้น อัตราเร็วของคลื่นในลวดทั้งสองเส้นจะเท่ากัน และจาก $v = f\lambda$ และลวดมีความยาวเท่ากัน

ดังนั้น ความถี่มูลฐานของการสั่นของทั้งสองจะเท่ากัน

25. รถกระป๋อง A และ B เหมือนกันทุกประการ แต่ละคันมีมวล m ทั้งสองคันเชื่อมกันด้วยสปริงที่มีค่าคงสปริง k และมีสปริงอีกสองเส้นเชื่อมรถทั้งสองกับกำแพง ดังรูป รถสามารถขยับตามการสั่นของสปริงได้อย่างอิสระ และเคลื่อนที่ทางเดียวโดยไม่มีแรงเสียดทาน



ภายใต้เงื่อนไขเริ่มต้น รถสองคันจะมีเฟสการแกว่ง คือ

$$x_A(t) = x_0 \sin \omega_1 t = x_B(t)$$

โดย x_A และ x_B คือ ระยะของรถเทียบกับตำแหน่งสมดุลของรถแต่ละคัน

ภายใต้เงื่อนไขเริ่มต้นอีกแบบ รถสองคันจะมีเฟสการแกว่ง คือ

$$x_A(t) = x_0 \sin \omega_2 t = -x_B(t)$$

อัตราส่วน ω_2 / ω_1 จะมีค่าเท่ากับข้อใด

- (A) $\sqrt{3}$
- (B) 2
- (C) $2\sqrt{2}$
- (D) 3
- (E) 5

ตอบ (A)

(ข้อนี้เราอาจใช้เมทริกซ์ช่วยในการหาคำตอบ แต่ก็ต้องระมัดระวังการแยกพิจารณาด้วย)

กรณีที่พิจารณาแต่ละช่วง เราจะต้องแยกพิจารณาสองมวลที่เป็นค่าคงที่ ดังนั้น แรงของ A ที่กระทำบน B จะเป็นค่าคงที่ ในกรณีนี้มีสปริงเดียวเท่านั้นที่ให้แรงต่างออกไป ดังนั้น ความถี่เชิงมุมจะเท่ากับ

$$\omega_1 = \sqrt{k / m}$$

อีกกรณีหนึ่ง เราจะใช้จุดกึ่งกลางของสปริงอันกลางเป็นจุดอ้างอิง

ดังนั้น วัตถุเหมือนเคลื่อนที่ที่อยู่ภายใต้สปริงสองอันที่ขนานกัน โดยเส้นหนึ่งยาว L อีกเส้นยาว $L / 2$ เนื่องจากสปริงมีค่าคงสปริง k เท่ากันและขนานกัน จะได้ค่าคงสปริงเท่ากับ $2k$ ดังนั้น ค่าคงสปริงสุทธิจะเท่ากับ $k + 2k = 3k$ จึงมีความถี่ตามสมการ

$$\omega_2 = \sqrt{3k / m} = \sqrt{3} = \omega_1$$

ดังนั้น $\omega_2 / \omega_1 = \sqrt{3}$