

ข้อสอบ $F = ma$ สำหรับการคัดเลือกรอบแรกโครงการฟิสิกส์โอลิมปิกประเทศสหรัฐอเมริกา และเป็นลิขสิทธิ์ของสมาพันธ์ครูฟิสิกส์แห่งสหรัฐอเมริกา สมาคมฟิสิกส์ไทยได้รับอนุญาตให้แปลและเผยแพร่แก่บุคคลทั่วไปได้โดยไม่มีค่าใช้จ่าย

ห้ามนำส่วนหนึ่งส่วนใดในข้อสอบหรือเฉลย ไม่ว่าหน้าใดหน้าหนึ่งหรือทั้งหมด ไปทำซ้ำหรือดัดแปลง เพื่อประโยชน์ในเชิงพาณิชย์ใดๆ โดยไม่ได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจากเจ้าของลิขสิทธิ์

1. รถเลี้ยวขวาด้วยอัตราเร็วคงที่เป็นวงกลม ให้ X เป็นเวกเตอร์โมเมนตัมเชิงมุมรอบศูนย์กลางของวงกลม และ Y เป็นเวกเตอร์ความเร่งของรถ จากมุมมองของคนขับข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

(A) X ไปทางซ้าย และ Y ไปทางซ้าย

(B) X ไปข้างหน้า และ Y ไปทางขวา

(C) X พุ่งลง และ Y ไปข้างหน้า

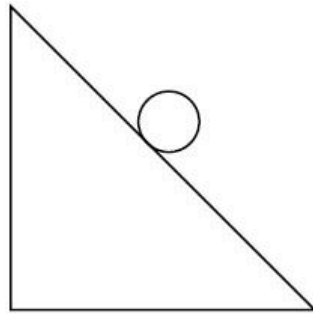
(D) X ไปทางซ้าย และ Y ไปทางขวา

(E) X พุ่งลง และ Y ไปทางขวา

ตอบ (E)

ใช้กฎมือขวาในการหาโมเมนตัมเชิงมุม โดยความเร่งมีทิศพุ่งเข้าจุดศูนย์กลางของการเคลื่อนที่แบบวงกลม

2. ลูกบอลกลิ้งลงมาจากพื้นเอียงโดยไม่ไถล ดังรูป



เวกเตอร์ในข้อใด แสดงทิศทางของแรงสุทธิที่ลูกบอลกระทำกับพื้นเอียงได้ถูกต้อง

(A)

(B)

(C)



ตอบ (E)

ข้อที่ถูกต้อง คือ ข้อที่มีแรงกระทำทั้งในทิศตั้งฉาก และขนานกับพื้นเอียง สังเกตว่า ถ้าลูกบอลกลิ้งลงมาด้วยความเร็ว แล้วแรงเสียดทานจะต้องน้อยกว่าแรงโน้มถ่วงในทิศขนานกับพื้นเอียง

3. วัตถุที่มีความหนาแน่นสม่ำเสมอ มีส่วนที่ลอยพ้นน้ำอยู่ 20% ของวัตถุ ถ้าออกแรงกดที่ด้านบนของวัตถุ 3 N จะทำให้วัตถุจมทั้งชิ้น แล้ววัตถุมีปริมาตรเท่าใด ให้ความหนาแน่นของน้ำเท่ากับ $\rho_{\text{น้ำ}} = 1000 \text{ kg/m}^3$

- (A) $V_{\text{วัตถุ}} = 0.3$ ลิตร
- (B) $V_{\text{วัตถุ}} = 0.67$ ลิตร
- (C) $V_{\text{วัตถุ}} = 1.2$ ลิตร
- (D) $V_{\text{วัตถุ}} = 1.5$ ลิตร
- (E) $V_{\text{วัตถุ}} = 3.0$ ลิตร

ตอบ (D)

วัตถุที่จมลงไปใต้น้ำจะต้องมีแรงต้านมากระทำกับแรงลอยตัวที่เพิ่มขึ้น $0.2 \rho_{\text{น้ำ}} Vg$

ดังนั้น $V_{\text{วัตถุ}} = 1.5$ ลิตร

4. จากข้อความที่กำหนด จงหาจำนวนชิ้นส่วน N_1 , N_2 และ N_3 ให้ถูกต้อง ให้สมมติว่าไม่มีแรงภายนอกมากระทำ และในกรณีที่ไม่สามารถสรุปจำนวนชิ้นส่วนได้ให้ใช้ $N = 1$

- ถ้าวัตถุระเบิดเป็น N_1 ชิ้น (หรือจำนวนชิ้นน้อยกว่านี้) โดยที่ทราบมวลของแต่ละชิ้นและทราบพลังงานจลน์รวมแล้วเราจะสามารถหาพลังงานจลน์ของแต่ละชิ้นได้
- ถ้าวัตถุระเบิดเป็น N_2 ชิ้น (หรือจำนวนชิ้นน้อยกว่านี้) ความเร็วของวัตถุแต่ละชิ้นจะต้องอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน
- ถ้าวัตถุระเบิดเป็น N_3 ชิ้น (หรือจำนวนชิ้นน้อยกว่านี้) ความเร็วของวัตถุแต่ละชิ้นจะต้องอยู่บนระนาบ

- (A) $N_1 = 2$, $N_2 = 1$, $N_3 = 1$
 (B) $N_1 = 1$, $N_2 = 2$, $N_3 = 3$
 (C) $N_1 = 2$, $N_2 = 2$, $N_3 = 3$
 (D) $N_1 = 3$, $N_2 = 2$, $N_3 = 3$
 (E) $N_1 = 2$, $N_2 = 3$, $N_3 = 4$

ตอบ (C)

จากโจทย์จะได้ว่า

$$N_1 = 2$$

เพราะจากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม เมื่อเรารู้พลังงานจลน์รวม เราก็สามารถหาพลังงานของแต่ละก้อนได้ (2 สมการ 2 ตัวแปร)

$$N_2 = 2$$

เพราะถ้ามากกว่านี้แล้ว ความเร็วของวัตถุแต่ละชิ้นไม่จำเป็นต้องอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

$$N_3 = 3$$

ลองวาดเวกเตอร์ 2 อันก่อน การเพิ่มอันที่ 3 เข้าไปแล้วทำให้ผลรวมเป็นศูนย์นั้น เวกเตอร์ที่ 3 ต้องอยู่บนระนาบเดียวกัน (หากมี 4 เวกเตอร์แล้ว ไม่จำเป็นต้องอยู่ในระนาบเดียวกันก็รวมเป็นศูนย์ได้)

5. ชี้อัจฉริยะตามรางที่เป็นวงกลมรัศมี 30 m ด้วยอัตราเร็วคงที่ 10 m / s (เร็วมาก!) แล้วขนาดของมุมในการเข้าโค้งของผู้ชี้อัจฉริยะเทียบกับแนวตั้ง ที่ไม่ทำให้จักรยานล้มเท่ากับข้อใด สมมุติว่า ความสูงของคนชี้อัจฉริยะน้อยกว่าความยาวรัศมีของราง

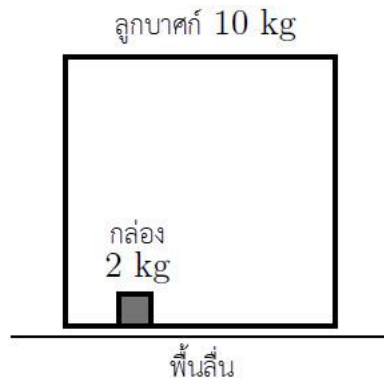
- (A) 9.46°
- (B) 9.59°
- (C) 18.4°
- (D) 19.5°
- (E) 70.5°

ตอบ (C)

แรงที่พุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลาง เท่ากับ mv^2/r และแรงที่พุ่งไปที่พื้น เท่ากับ mg โดยแรงที่พุ่งเข้าหาจุดศูนย์กลางมาจากแรงเสียดทานและแรงจากจุดที่กระทำกับพื้น ส่วนแรงตั้งฉากเท่ากับแรงโน้มถ่วงและแรงจากจุดที่กระทำกับพื้น ดังนั้น การหาขนาดของมุมจะหาจาก $\tan \theta$ โดย

$$\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$$

6. ลูกบาศก์มวล 10 kg แต่ละด้านยาว 5 m สามารถขยับไปตามพื้นราบได้อย่างอิสระโดยไม่มีแรงเสียดทาน ภายในลูกบาศก์มีกล่องเล็กๆ มวล 2 kg ซึ่งเคลื่อนที่ภายในลูกบาศก์ โดยไม่มีแรงเสียดทาน ที่เวลา $t = 0$ ถ้ากล่องเล็กๆ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 5 m/s ไปยังด้านหนึ่งของกล่อง โดยลูกบาศก์ยังคงหยุดนิ่ง และสัมประสิทธิ์การกระแทกสำหรับการชนกันระหว่างลูกบาศก์กับกล่องเท่ากับ 90% หมายความว่าอัตราเร็วสัมพัทธ์ระหว่างลูกบาศก์กับกล่อง หลังการชนจะเท่ากับ 90% ของอัตราเร็วสัมพัทธ์ระหว่างลูกบาศก์กับกล่อง ก่อนการชน



แล้วระยะทางที่กล่องจะเคลื่อนที่จากตำแหน่งเดิม หลังผ่านไป 1 นาทีเท่ากับข้อใด

- (A) 0 m
- (B) 50 m
- (C) 100 m
- (D) 200 m
- (E) 300 m

ตอบ (B)

วิธีที่ง่ายที่สุดคือ พิจารณาจากการเคลื่อนที่ที่จุดศูนย์กลางมวลของระบบ โดยใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม จะได้อัตราเร็วเท่ากับ

$$v_{\text{cm}} = \frac{(2\text{kg})(5\text{m/s})}{(2\text{kg}) + (10\text{kg})} = \frac{5}{6} \text{ m/s}$$

หลังผ่านไปหนึ่งนาที จุดศูนย์กลางมวลจะเคลื่อนที่ไปได้ $\left(\frac{5}{6} \text{ m/s}\right)(60\text{s}) = 50 \text{ m}$

เนื่องจาก จุดศูนย์กลางมวลอยู่ภายในกล่องลูกบาศก์ ดังนั้น ตำแหน่งของกล่องเล็กจะเคลื่อนที่จากตำแหน่งเดิมไปราวๆ 50 m เช่นกัน (คำตอบอื่นอยู่นอกกล่องลูกบาศก์)

7. คานยาว 1.00 m มีความหนาแน่นสม่ำเสมอ มีจุดหมุนห่างจากปลายคาน 30 cm ถ้าคานเกิดสมดุลเมื่อวางวัตถุมวล 50.0 g ให้ห่างจากปลายคาน 20 cm (อ้างอิงปลายเดิม) แล้วคานมีมวลเท่าไร
- (A) 35.7 g
(B) 33.3 g
(C) 25.0 g
(D) 17.5 g
(E) 14.3 g

ตอบ (C)

ใช้หลักโมเมนต์ของแรง

8. นำวัตถุมวล M ไปแขวนกับสปริงที่มีค่าคงสปริง k และปล่อยให้แขวนลงมาในแนวตั้ง โดยคาบของการสั่นเท่ากับ T_0 ถัดสปริงให้เหลือครึ่งเดียวแต่ยังใช้มวลเท่าเดิม แล้วนำไปวางบนพื้นลื่นที่เอียง θ กับแนวนอน แล้วคาบของการสั่นบนพื้นเอียงในเทอมของ T_0 เท่ากับข้อใด

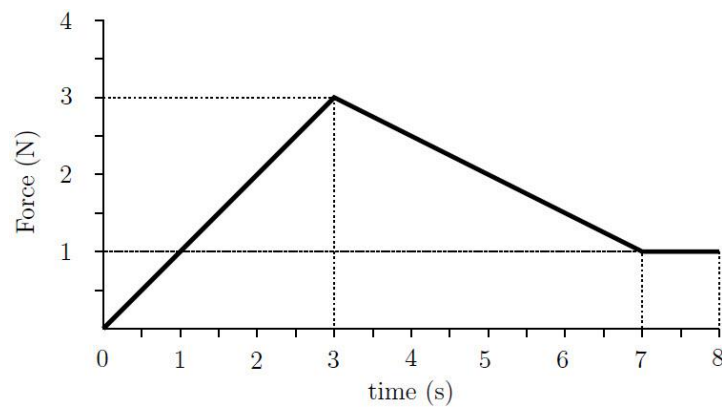
- (A) T_0
- (B) $T_0/2$
- (C) $2T_0 \sin \theta$
- (D) $T_0 / \sqrt{2}$
- (E) $T_0 \sin \theta / \sqrt{2}$

ตอบ (D)

ค่าคงสปริงจะแปรผกผันกับความยาวตามธรรมชาติของสปริง จากโจทย์ เมื่อตัดสปริงให้เหลือครึ่งเดียว แล้วค่าคงสปริงก็จะเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า ส่วนการนำสปริงไปวางบนพื้นเอียงแม้จะทำให้ตำแหน่งสมดุลของมวลเปลี่ยนไป แต่จะไม่ส่งผลใดๆ ต่อคาบของการสั่นของสปริง ดังนั้น คาบของการสั่นใหม่จะเท่ากับ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \frac{1}{\sqrt{2}} 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$$

9. กำหนด กราฟแรงที่กระทำกับวัตถุหนัก 5.00 ตามเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป ดังรูป
ถ้าความเร็วที่ $t = 0.0$ s คือ $+1.0$ m / s แล้วความเร็วของวัตถุที่ $t = 7$ s คือข้อใด



- (A) 2.45 m/s
- (B) 2.50 m/s
- (C) 3.50 m/s
- (D) 12.5 m/s
- (E) 15.0 m/s

ตอบ (C)

จากพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับโมเมนตัมที่เปลี่ยนแปลงไป จะได้ว่า

$$\Delta p = \frac{1}{2}(3\text{s})(3\text{N}) + \frac{1}{2}(4\text{s})(3\text{N} + 1\text{N}) = 12/5 \text{ N}\cdot\text{s}$$

แสดงว่าจะมีอัตราเร็วเพิ่มขึ้นมาอีก $\Delta v = 2.5$ m/s

ดังนั้น ความเร็วของวัตถุที่ $t = 7$ s คือ $1.0 + 2.5 = 3.5$ m/s

10. รถบังคับวิทยุถูกผูกติดกับเสาด้วยเชือกยาว 3.00 m และถูกบังคับให้วิ่งเป็นวงกลม ด้วยความเร็วเชิงมุมเริ่มต้น 1.00 rad/s และเร่งความเร็วต่อเนื่องด้วยอัตรา 4.00 rad/s^2 ถ้าเชือกขาดเมื่อความเร่งสู่ศูนย์กลางเกิน $2.43 \times 10^2 \text{ m/s}^2$ แล้วเราสามารถเร่งความเร็วรถได้นานแค่ไหนก่อนเชือกขาด

- (A) 0.25 s
- (B) 0.50 s
- (C) 1.00 s
- (D) 1.50 s
- (E) 2.00 s

ตอบ (E)

เชือกจะขาดเมื่อ a_c มีค่าสูงกว่าแรงตึงสูงสุด นั่นคือ

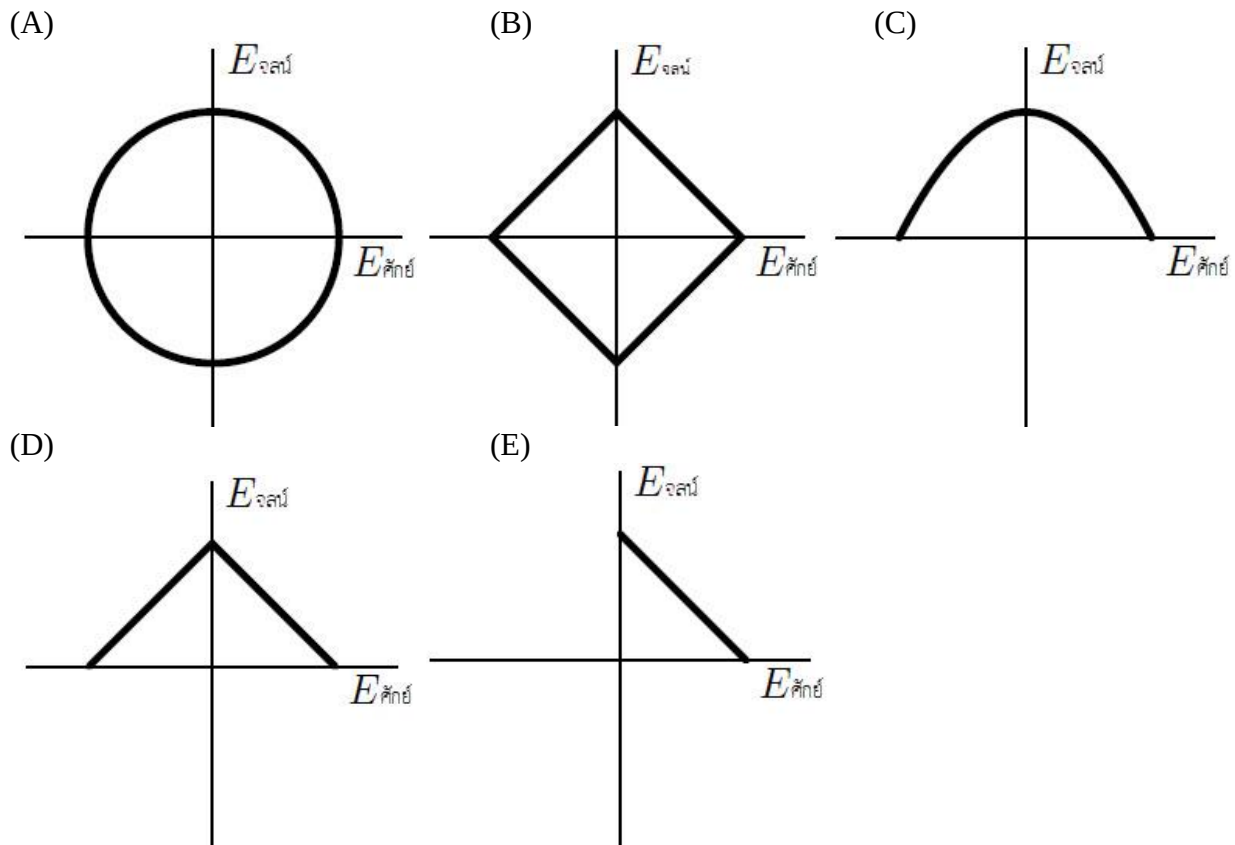
$$a_c = r\omega^2 = r\left(\frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0^2\right)^2$$

จัดให้อยู่ในรูปของ t

$$t = \sqrt{\frac{2}{\alpha} \left(\sqrt{\frac{a_c}{r}} - \omega_0 \right)}$$

ดังนั้น $t = 2\text{s}$

11. มวล m ติดสปริงในอุดมคติ ถูกนำไปวางในแนวนอนบนพื้นลื่น จากนั้นดึงมวลเล็กน้อย แล้วปล่อยออก ข้อใดแสดงกราฟพลังงานจลน์กับฟังก์ชันของพลังงานศักย์ได้ถูกต้องที่สุด

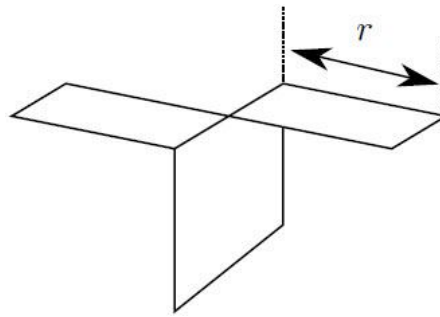


ตอบ (E)

เนื่องจากพลังงานจะถูกอนุรักษ์ไว้ ดังนั้น ผลรวมจะต้องเป็นค่าคงที่ค่าหนึ่ง
ดังนั้น กราฟจะต้องเป็นเส้นตรงที่ลาดลงมา และมีความชันคงที่

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 12 และ 13

เฮลิคอปเตอร์กระดาด มีรัศมีใบพัด r มีน้ำหนัก W ถูกปล่อยที่ความสูง h กลางอากาศที่มีความหนาแน่น ρ



สมมติว่า เฮลิคอปเตอร์ไปถึงความเร็วสุดท้ายด้วยเวลาอันสั้น แล้วฟังก์ชันสำหรับเวลาบิน T สามารถหาได้จาก

$$T = kh^\alpha r^\beta \rho^\delta W^\omega$$

โดยที่ k เป็นค่าคงที่ที่ไม่มีมิติ (ค่าแท้จริงคือ 1.164) α , β , δ , และ ω เป็นค่าคงตัวของเลขชี้กำลังที่ต้องการหา

12. ค่า α เท่ากับข้อใด

- (A) $\alpha = -1$
- (B) $\alpha = -1/2$
- (C) $\alpha = 0$
- (D) $\alpha = 1/2$
- (E) $\alpha = 1$

ตอบ (E)

เมื่อเฮลิคอปเตอร์ไปถึงความเร็วสุดท้าย มันก็จะตกลงมาด้วยอัตราเร็วคงที่ ตาม $h = vT$ โดย v เป็นความเร็วปลาย
ในกรณีนี้ $\alpha = 1$

13. ค่า β เท่ากับข้อใด

(A) $\beta = 1/3$

(B) $\beta = 1/2$

(C) $\beta = 2/3$

(D) $\beta = 1$

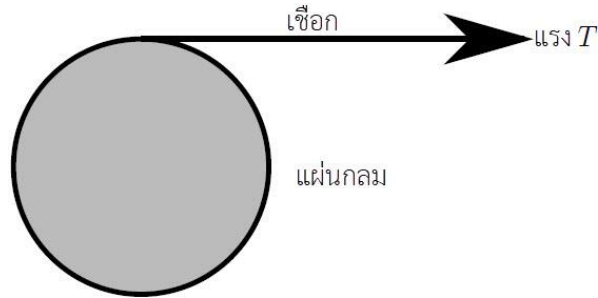
(E) ข้อมูลไม่เพียงพอสำหรับการหาค่า β

ตอบ (D)

ใช้การวิเคราะห์มิติกับมวลที่เราสนใจ สังเกตว่า $\delta = -\omega$ มีเฉพาะ W ที่เป็นหน่วยของเวลา (ส่วนกลับของกำลังสอง)

โดย $\omega = -1/2$ แต่ $\sqrt{\rho/W}$ มีหน่วยเป็นความยาว⁻²เวลา⁻¹ และเรารู้ว่า $\alpha = 1$ ดังนั้น $\beta = 1$

14. (เกินหลักสูตรการสอบเข้า สอน.) แผ่นกลมมวล M มีโมเมนต์ความเฉื่อย I รัศมี R มีเชือกพันรอบแผ่นกลมไว้ ดังรูป แผ่นกลมกลิ้งอย่างอิสระไปตามทิศทางที่แสดงดังรูป มีแรงคงที่ T กระทำที่ปลายเชือก และทำให้แผ่นกลมมีความเร่งบนพื้นลื่น



หลังจากแผ่นกลมมีความเร่งจากกระแจะทางหนึ่งแล้ว อัตราส่วนของ KE ในการเลื่อนที่กับ KE สุทธิของดิสก์ $KE_{\text{การเลื่อนที่}} / KE_{\text{สุทธิ}}$ เท่ากับข้อใด

- (A) $\frac{I}{MR^2}$
 (B) $\frac{MR^2}{I}$
 (C) $\frac{I}{3MR^2}$
 (D) $\frac{I}{MR^2 + I}$
 (E) $\frac{MR^2}{MR^2 + I}$

ตอบ (D)

แรง T จะทำให้เกิดความเร่งที่จุดศูนย์กลางมวลของแผ่นกลมในอัตรา $a = T / M$ และทำให้เกิดทอร์กบนแผ่นกลมที่จุดศูนย์กลางมวลตาม $\tau = RT$ ดังนั้น ความเร่งเชิงมุม α จะเท่ากับ RT / I

หลังผ่านไป t ความเร็วของแผ่นกลมจะเท่ากับ $v = at$ และความเร็วเชิงมุมจะเท่ากับ $\omega = \alpha t$ จะได้

$$KE_{\text{การเลื่อนที่}} = \frac{1}{2} M \left(\frac{T}{M} \right)^2 t^2$$

และ

$$KE_{\text{การหมุน}} = \frac{1}{2} I \left(\frac{RT}{I} \right)^2 t^2$$

เมื่อหาอัตราส่วนของทั้งสองจะได้

$$\begin{aligned} KE_{\text{การเลื่อนที่}} / KE_{\text{สุทธิ}} &= \frac{\frac{1}{2} M \left(\frac{T}{M} \right)^2 t^2}{\frac{1}{2} M \left(\frac{T}{M} \right)^2 t^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{RT}{I} \right)^2 t^2} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{M} + \frac{R^2}{I}} \\ &= \frac{I}{MR^2 + I} \end{aligned}$$

15. ให้ทอร์คสูงสุดที่ออกมาจากเครื่องยนต์ของรถทดลองมวล m คือ τ อัตราเร็วเชิงมุมสูงสุดของเครื่องยนต์คือ ω เครื่องยนต์มีกำลังที่ออกมาคงที่ P และเครื่องยนต์เชื่อมต่อกับล้ออย่างที่ไม่มีการสูญเสียพลังงาน ถ้าล้อมีรัศมี R และสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานสถิตระหว่างล้อกับถนนคือ μ แล้วอัตราเร็วสูงสุดที่รถสามารถวิ่งบนพื้นเอียง 30° องศาได้เท่ากับข้อใด สมมติว่า ไม่มีการสูญเสียจากแรงเสียดทาน และ μ มีขนาดใหญ่พอที่จะทำให้ยางไม่ไถลขณะวิ่ง

- (A) $v = 2P/(mg)$
- (B) $v = 2P/(\sqrt{3}mg)$
- (C) $v = 2P/(\mu mg)$
- (D) $v = \tau\omega/(mg)$
- (E) $v = \tau\omega/(\mu mg)$

ตอบ (A)

จากหลักพื้นฐาน $P = Fv$ เมื่อ F แรงของน้ำหนักที่ขนานกับพื้นเอียง จะได้

$$v = P/mg \sin \theta$$

โจทย์ให้ $\theta = 30^\circ$

ดังนั้น $v = 2P/(mg)$

16. วัตถุมวล m_1 เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v_0 ชนกับวัตถุมวล $m_2 = \alpha m_1$ โดย $\alpha < 1$ จากเดิมหยุดนิ่ง การชนนี้อาจยืดหยุ่นสมบูรณ์ ไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ หรือ ไม่ยืดหยุ่นบางส่วนก็ได้ หลังการชนวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v_1 และ v_2 สมมติว่า การชนเกิดขึ้นในหนึ่งมิติและวัตถุแรกไม่สามารถพุ่งผ่านวัตถุสองได้ หลังการชน อัตราส่วนอัตราเร็ว $r_1 = v_1 / v_0$ ของวัตถุแรกจะอยู่ในช่วงใด

- (A) $(1 - \alpha) / (1 + \alpha) \leq r_1 \leq 1$
 (B) $(1 - \alpha) / (1 + \alpha) \leq r_1 \leq 1 / (1 + \alpha)$
 (C) $\alpha / (1 + \alpha) \leq r_1 \leq 1$
 (D) $0 \leq r_1 \leq 2\alpha / (1 + \alpha)$
 (E) $1 / (1 + \alpha) \leq r_1 \leq 2 / (1 + \alpha)$

ตอบ (B)

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมและพลังงานกลในการชนแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ จะได้

$$r_1 = \frac{v_1}{v_0} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$

$$r_2 = \frac{v_2}{v_0} = \frac{2}{1 + \alpha}$$

เนื่องจาก $\alpha < 1$ วัตถุ m_1 จะมีอิทธิพลมากกว่าวัตถุ m_2 ดังนั้น การเคลื่อนที่ที่ยังคงไปข้างหน้า

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ในกรณีการชนนั้นไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ จะได้ว่า

$$r_1 = r_2 = \frac{1}{1 + \alpha}$$

จากที่วัตถุ m_2 เคลื่อนที่ไปข้างหน้าเสมอ และวัตถุ m_1 ไม่สามารถทะลุผ่านวัตถุ m_2 ได้ ดังนั้น วัตถุ m_2 จะต้องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่เป็นบวกมากกว่า (หรือเท่ากับ) วัตถุ m_1

ดังนั้น

$$1 / (1 + \alpha) \leq r_2 \leq 2 / (1 + \alpha)$$

การหาช่วงคำตอบของ วัตถุ m_1 อาจจะยากกว่าเล็กน้อย เพราะสถานการณ์นี้อาจจะมีการกระดอนกลับเกิดขึ้น แต่ในกรณีนี้ $\alpha < 1$ ทำให้ความเร็วหลังการชนเคลื่อนที่ไปข้างหน้า จึงได้ว่า

$$(1 - \alpha) / (1 + \alpha) \leq r_1 \leq 1 / (1 + \alpha)$$

17. เมฆละอองฝุ่นทรงกลมในอวกาศ มีความหนาแน่นสม่ำเสมอ ρ_0 มีรัศมี R_0 และมีความเร่งโน้มถ่วงที่ผิวเมฆเป็น g_0 ถ้าการเกิดก้อนเมฆ (การขยายตัวเนื่องจากความร้อน) ทำให้รัศมีของเมฆเป็น $2R_0$ และละอองฝุ่นยังคงกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ แล้วความเร่งโน้มถ่วงปัจจุบันที่ระยะ R_0 จากศูนย์กลางของก้อนเมฆ เท่ากับข้อใด

- (A) $g_0 / 32$
- (B) $g_0 / 16$
- (C) $g_0 / 8$
- (D) $g_0 / 4$
- (E) $g_0 / 2$

ตอบ (C)

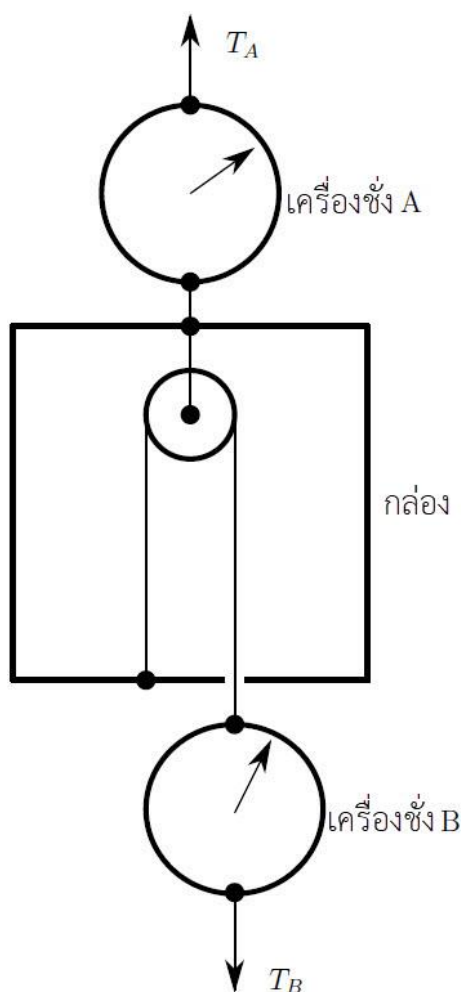
จากกฎของนิวตัน แรงโน้มถ่วงสำหรับวัตถุที่เป็นทรงกลมจะขึ้นกับมวลที่อยู่ภายในระยะจากศูนย์กลางมวลถึงตำแหน่งที่วัดเท่านั้น

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{4\pi}{3} G \rho r$$

ซึ่งค่าสุดท้ายนั้นจะเป็นจริง เมื่อความหนาแน่นนั้นสม่ำเสมอ

ในทางกลับกันความหนาแน่นจะลดขนาดลง $1/8$

18. พิจารณากล่องและเครื่องชั่งสองอัน ดังรูป ให้เครื่องชั่ง A รับน้ำหนักกล่องผ่านเชือกเบา ภายในกล่องมีรอกแขวนลงมาจากด้านบน และมีเชือกเบาอีกเส้นคล้องผ่านรอก ให้ปลายด้านหนึ่งยึดกับพื้นกล่อง และปลายอีกด้านหนึ่งผูกกับเครื่องชั่ง B ความตึงในเส้นเชือกที่อ่านจากเครื่องชั่งทั้งสองคือ T_A และ T_B ให้เติมเครื่องชั่ง A อ่านได้ 30 นิวตัน และเครื่องชั่ง B อ่านได้ 20 นิวตัน



ถ้าเพิ่มแรงดึงบนเครื่องชั่ง B จนอ่านค่าได้ 30 นิวตัน แล้วเครื่องชั่ง A จะอ่านค่าได้เท่าใด

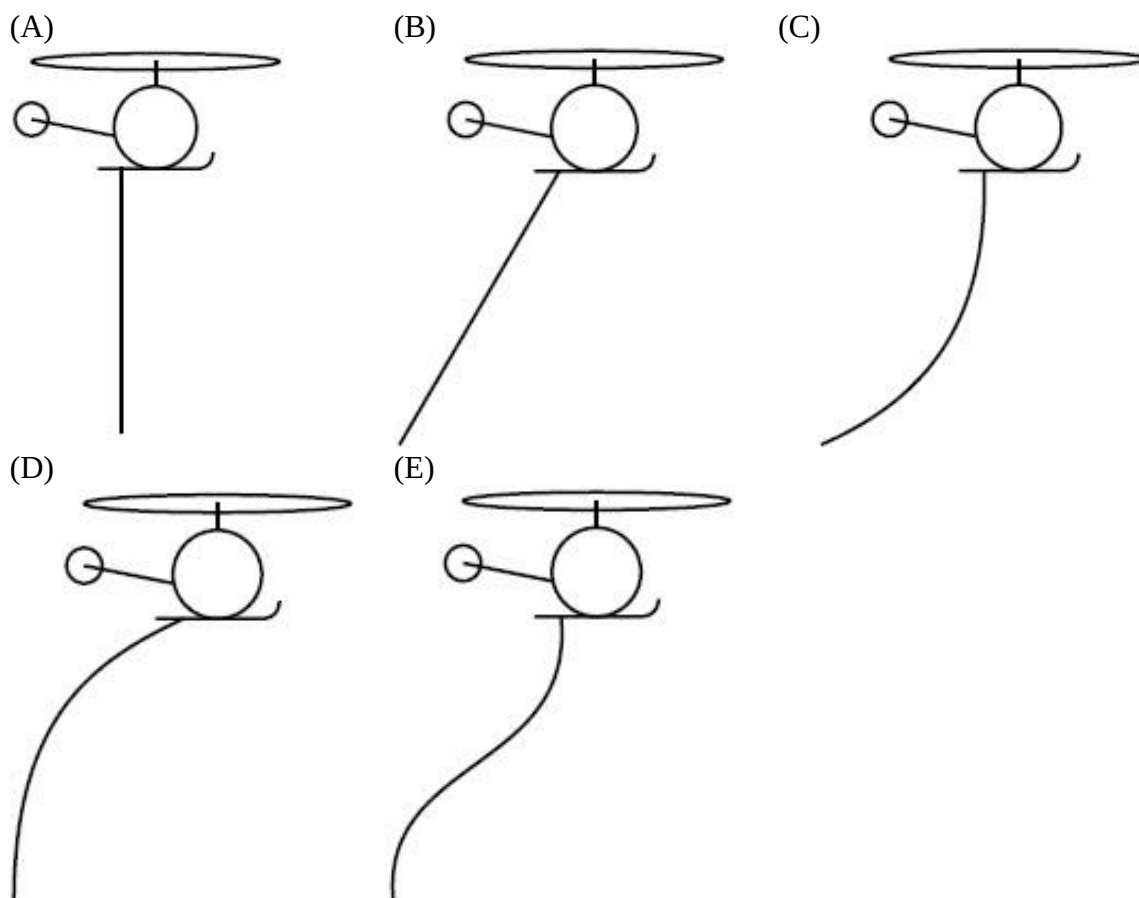
(ดัดแปลงมาจากการสาธิตของ Richard Berg)

- (A) 35 นิวตัน
- (B) 40 นิวตัน
- (C) 45 นิวตัน
- (D) 50 นิวตัน
- (E) 60 นิวตัน

ตอบ (B)

จากกล่องใบดังกล่าว สิ่งที่เราควรทราบคือ เมื่อเครื่องชั่ง B ถูกดึงด้วยแรง 10 นิวตัน แล้วเครื่องชั่ง A ก็จะถูกแรงดึงด้วยแรง 10 นิวตัน เพื่อให้ระบบเกิดสมดุล
ดังนั้น เครื่องชั่ง A จะอ่านค่าได้ 40 นิวตัน

19. เฮลิคอปเตอร์บินตามแนวนอนด้วยอัตราเร็วคงที่มีสายเคเบิลที่ยึดหุ่นสมบรูณ์ตลอดเส้นผูกติดไว้ที่ใต้เฮลิคอปเตอร์ และมีแรงต้านอากาศกระทำกับสายเคเบิลอยู่พอสมควร แล้วข้อใดแสดงลักษณะของสายเคเบิลขณะที่เฮลิคอปเตอร์บินไปทางขวาได้ถูกต้องที่สุด



ตอบ (B)

เมื่อมีแรงต้านอากาศกระทำกับสายเคเบิล ก็จะทำให้เกิดแรงที่กระทำในแนวนอนกับสายเคเบิลที่ผูกติดอยู่ใต้เฮลิคอปเตอร์ เนื่องจากแรงต้านอากาศแปรผันตามความยาวของสายเคเบิลที่ห้อยลงมาที่จุดใดก็ได้ ดังนั้น สายเคเบิลจะเอียงเป็นเส้นทแยงมุมตามข้อ (B)

(หากมีมวลแขวนอยู่ที่ปลายสายเคเบิลจะตอบข้อ (D))

20. (เกินหลักสูตรการสอบเข้า สอน.) นักวิทยาศาสตร์ได้สร้างสถานีอวกาศแห่งใหม่ที่มีรูปร่างคล้ายล้อรถ มีรัศมี R โครงสร้างทั้งหมดมีมวล M อยู่ที่ส่วนขอบ เมื่อนักบินอวกาศมาถึงสถานี สถานีจะหมุนในอัตราที่ทำให้วัตถุที่ขอบของสถานีมีความเร่งสู่ศูนย์กลางเป็น g ให้ใกล้เคียงกับแรงโน้มถ่วงของโลก โดยสมภาวนั้นต้องพึ่งจรวดเล็กสองลำ แต่ละลำมีแรงดัน T นิวตัน ให้ติดตั้งบนขอบของสถานี แล้วจรวดต้องใช้เวลาเดินเครื่อง t เท่าใด จึงจะทำให้เกิดสภาวะที่ต้องการ (ดัดแปลงมาจาก *Physics for Scientists and Engineers* โดย Richard Wolfson)

(A) $t = \sqrt{gR^3 M / (2T)}$

(B) $t = \sqrt{gR M / (2T)}$

(C) $t = \sqrt{gR M / T}$

(D) $t = \sqrt{gR / \pi M / T}$

(E) $t = \sqrt{gR M / (\pi T)}$

ตอบ (B)

ความเร่งที่เราต้องการ คือ

$$g = \omega^2 R \rightarrow \omega = \sqrt{g/R}$$

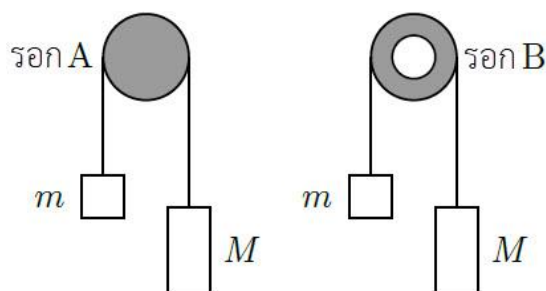
แรงที่จรวดสองลำ เท่ากับ

$$2TR = MR^2\alpha \rightarrow \alpha = 2T/MR$$

ดังนั้น เวลาที่ใช้เท่ากับ

$$t = \omega/\alpha = \frac{\sqrt{gRM}}{2T}$$

21. (เกินหลักสูตรการสอบเข้า สอน.) ให้รอกสองอัน ทำจากโลหะชนิดเดียวกันมีความหนาแน่น ρ (แสดงดังรูป) รอก A เป็นแบบแผ่นกลมสม่ำเสมอมีรัศมี R รอก B เป็นแบบวงแหวน ส่วนที่กลวงมีรัศมี $R/2$ นำกล่องสองใบมวล $M = \alpha m$ ($\alpha > 1$) แหวนกับรอกผ่านเชือกเบา และหมุนโดยไม่ไถล แล้วอัตราส่วนความเร่งในระบบ A กับ B เท่ากับข้อใด ถ้ามวลของรอก A เท่ากับ $M + m$



- (A) $a_A / a_B = 47 / 48$
 (B) $a_A / a_B = 31 / 32$
 (C) $a_A / a_B = 15 / 16$
 (D) $a_A / a_B = 9 / 6$
 (E) $a_A / a_B = 3 / 4$

ตอบ (A)

โจทย์ข้อนี้ เป็นโจทย์ปัญหาความสมดุลของแรงในเครื่องกลทั่วไป

สำหรับมวล M จะมีค่าตามสมการ

$$Ma = Mg - T_M$$

โดย T_M คือ แรงดึงเชือกที่แขวนมวล M

สำหรับมวล m จะมีค่าตามสมการ

$$ma = T_m - mg$$

สำหรับรอก จะมีค่าตามสมการ

$$I\alpha = R(T_M - t_m)$$

โดย $\alpha = a / R$ และ I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย

เมื่อรวมสมการจะได้

$$Ia/R^2 = (Mg - Ma) - (ma + mg)$$

หรือ

$$a = g \frac{M - m}{I/R^2 + M + m}$$

ให้โมเมนต์ความเฉื่อยของรอกทั้งสองอัน คือ $I = \beta (M + m) R^2$ แล้วอัตราส่วนความเร่งจะเท่ากับ

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\beta_B + 1}{\beta_A + 1}$$

โดย $\beta_A = 1/2$ เพราะเป็นแผ่นกลมสม่ำเสมอ

และ $\beta_B = 1/2(1 - (1/4)(1/4)) = 15/32$ เพราะรอกเป็นวงแหวนจึงต้องลบส่วนที่กลวงออกไป

ดังนั้น อัตราส่วนความเร่งจะเท่ากับ $\frac{a_A}{a_B} = \frac{47}{48}$

22. ดาวเคราะห์มวล M และ $m \ll M$ อยู่ในวงโคจรรอบจุดศูนย์กลางมวล ภายใต้แรงดึงดูดซึ่งกันและกัน และดาวทั้งสองอยู่ห่างกัน R ซึ่งมีขนาดใหญ่กว่าดาวทั้งสองดวง

ถ้าชิ้นส่วนเล็ก ๆ ขนาด $\delta m \ll m$ จากดาวมวล m ถูกดึงไปยังดาวมวล M โดยการถ่ายโอนนี้เกิดขึ้นในขณะที่วงโคจรของดาวทั้งสองยังเป็นวงกลม และยังคงห่างกัน R แล้วข้อความใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ต้อง

- (A) แรงดึงดูดระหว่างดาวทั้งสองจะเพิ่มขึ้น
- (B) แรงดึงดูดระหว่างดาวทั้งสองจะยังคงที่
- (C) โมเมนตัมเชิงมุมสุทธิของระบบจะเพิ่มขึ้น
- (D) โมเมนตัมเชิงมุมสุทธิของระบบจะยังคงที่
- (E) คาบของวงโคจรของดาวเคราะห์ทั้งสองจะยังคงเป็นค่าคงที่

ตอบ (E)

แรงระหว่างดาวเคราะห์ทั้งสองดวง คือ

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

แรงใหม่ F' จะเท่ากับ

$$\begin{aligned} F' &= G \frac{(M+\delta m)(m-\delta m)}{r^2} \\ &= G \frac{Mm - (M-m)\delta m - (\delta m)^2}{R^2} \end{aligned}$$

เราสามารถประมาณกับสมการแรกได้

$$F' = \left(1 - \frac{\delta m}{m}\right) F$$

การเคลื่อนที่สู่ศูนย์กลางจะเท่ากับ

$$mv^2/r = F$$

โดย r คือระยะทางจาก m ถึงจุดศูนย์กลางมวล โดย

$$r = \frac{M}{M+m} R$$

เมื่อแสดงในเทอมของโมเมนตัมเชิงมุม จะได้

$$L_m = mvr = \sqrt{m(mv^2/r)r^3} = \sqrt{mr^3 F}$$

หรือ

$$L_m = \sqrt{\frac{mM^3 R G m M}{(m+M)^3}} = mM^2 \sqrt{\frac{GR}{(m+M)^3}}$$

จากความสมมาตร จะได้

$$L_M = m^2 M \sqrt{\frac{GR}{(m+M)^3}}$$

ดังนั้น ผลรวมเท่ากับ

$$L = L_m + L_M = mM \sqrt{\frac{GR}{m+M}}$$

จะเห็นว่า Mm จะลดลง เมื่อ δm ถูกถ่ายจาก m ไปสู่ M แสดงว่ามีทอร์กจากภายนอกมากระทำ
ขั้นตอนสุดท้าย หาคาบของการเคลื่อนที่จากสมการ $v = 2\pi r / T$ จะได้

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{mr}{F}}$$

เมื่อรวมกับสมการด้านบน จะได้

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mMR}{m+M} \frac{R^2}{GmM}} = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{G(m+M)}}$$

จะเห็นว่าค่าที่ได้เป็นค่าคงที่

ดังนั้น ข้อ (E) คือ คำตอบที่ถูกต้อง (นักเรียนสามารถใช้กฎของเคปเลอร์ตอบได้เลยเช่นกัน)

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ ตอบคำถามข้อ 23 และ 24

นักบินอวกาศมวล 100 kg พกปืนที่บรรจุกระสุนขนาดใหญ่ไว้ 10 kg ตัวปืนและชุดนักบินมีมวลน้อยมาก เมื่อเหนี่ยวไก กระสุนจะพุ่งออกด้วยอัตราเร็วสัมพัทธ์ 50 m/s เทียบกับนักบิน

23. ขณะเหนี่ยวไก นักบินอวกาศจะได้รับแรงดลจากปืนเท่าใด

- (A) 455 Ns
- (B) 500 Ns
- (C) 550 Ns
- (D) 5000 Ns
- (E) 5500 Ns

ตอบ (A)

พิจารณาที่จุดศูนย์กลางมวล เนื่องจากกระสุนมีมวลมากเมื่อเทียบกับนักบิน จึงต้องคิดด้วยความระมัดระวัง เนื่องจากแรงดลที่ส่งออกมาคือ โมเมนตัมสุดท้ายของนักบิน

ให้นักบินมีมวล m_1 มีความเร็วสุดท้ายเป็น v_1 และตัวปืนมีมวล m_2 มีความเร็วสุดท้ายเป็น v_2

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัมจะได้

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

และความเร็วสัมพัทธ์เท่ากับ (สมมติให้ $v_1 > 0$)

$$v_r = v_1 - v_2$$

นำไปแทนค่าจะได้

$$m_1 v_1 + m_2 (v_1 - v_r) = 0$$

$$m_1 v_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_r$$

ดังนั้น $J = m_1 v_1 = 455 \text{ Ns}$

24. หากก่อนหน้านี้ นักบินอวกาศมาด้วยความเร็ว 10 m/s (วัดในกรอบอ้างอิงหนึ่ง) แล้วเขาต้องการยิงปืน เพื่อให้ความเร็วของเขาเปลี่ยนไปจากเดิมเป็นมุมที่มากที่สุดเมื่อเทียบกับทิศเดิม (วัดในกรอบอ้างอิงเดียวกัน) แล้วขนาดของมุมที่มากที่สุดเท่ากับข้อใด (คำแนะนำ: ลองวาดภาพประกอบดู)

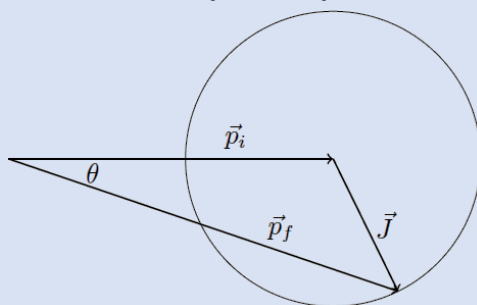
- (A) 24.4°
 (B) 26.6°
 (C) 27.0°
 (D) 30.0°
 (E) 180.0°

ตอบ (C)

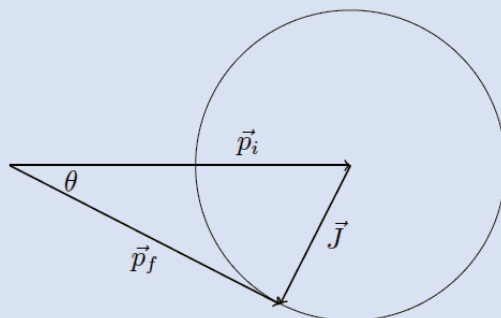
โมเมนตัมสุดท้ายของนักบินจะเท่ากับผลรวมของโมเมนตัมเริ่มต้นกับแรงดลที่กระทำกับนักบิน โดยโมเมนตัมเริ่มต้นของนักบินเท่ากับ

$$P_i = (100 \text{ kg})(10 \text{ m/s}) = 1000 \text{ kg m/s}$$

และแรงดลที่เกิดขึ้นจะเป็นค่าค่าหนึ่งที่มีขนาดเล็กกว่าค่าที่ได้ในข้อ 23 (สังเกตว่า แรงดลจะเท่ากับทุกแรงเฉื่อยในกรอบอ้างอิงต่างๆ) และโมเมนตัมสุดท้ายของนักบินจะถูกจำกัดอยู่ภายในวงกลมด้านล่าง



θ จะมากที่สุด เมื่อเวกเตอร์ $\vec{p}_f$ สัมผัสกับวงกลม



ดังนั้น ค่า θ มากที่สุดเท่ากับ

$$\theta = \arcsin \frac{J}{p_i} = 27.0^\circ$$

25. บล็อกมวล m จากหยุดนิ่ง ให้ลงมาตามทางลาดโดยไม่มีแรงเสียดทาน ที่ความสูง h_1 จากฐานของทางลาด เมื่อเลื่อนมาถึงฐานทางลาดแรกมันจะเลื่อนขึ้นทางลาดที่สอง โดยสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของบล็อกกับทางลาดที่สอง เท่ากับ μ_k ถ้าทั้งสองทางลาดทำมุม θ กับแนวนอน แล้วความสูง h_2 ที่วัดจากฐานของทางลาดที่สองที่ทำให้บล็อกขึ้นไป ได้ เท่ากับข้อใด

(A) $h_2 = (h_1 \sin \theta) / (\mu_k \cos \theta + \sin \theta)$

(B) $h_2 = (h_1 \sin \theta) / (\mu_k + \sin \theta)$

(C) $h_2 = (h_1 \sin \theta) / (\mu_k \cos^2 \theta + \sin \theta)$

(D) $h_2 = (h_1 \sin \theta) / (\mu_k \cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$

(E) $h_2 = (h_1 \cos \theta) / (\mu_k \sin \theta + \cos \theta)$

ตอบ (A)

ใช้หลักการของงานและพลังงาน