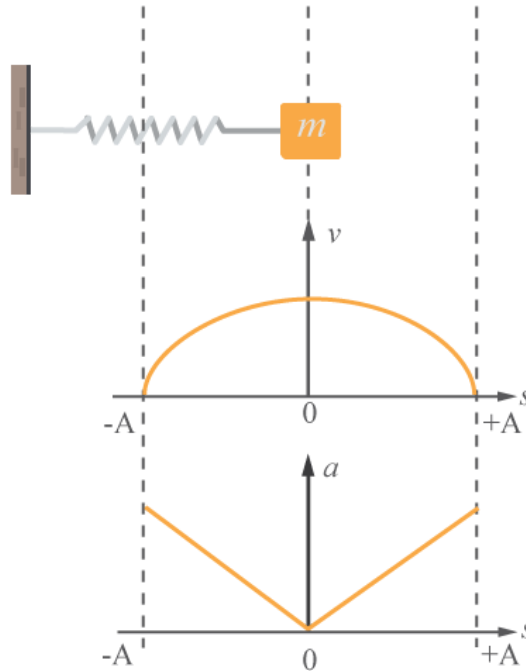


เฉลยชุดข้อสอบ : ฮาร์มอนิกอย่างง่าย ชุดที่ 1

ข้อที่ 1

ตอบ 90 องศา

เรื่อง การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย



พิจารณาที่จุดสมดุลของสปริง $s = 0$ และที่จุดที่ระยะยืดของสปริงมีค่าสูงสุด $s = A$ ที่จุดสมดุลของสปริง $s = 0$ ที่ตำแหน่งนี้แรงสปริงที่กระทำกับวัตถุจะมีค่าเป็น $F = 0$ N ดังนั้นความเร่งของวัตถุมีค่าเป็น $a = 0$ m/s² จาก

$$F = ma$$

ในขณะที่ความเร็ว v ที่ตำแหน่งนี้ จะมีค่าสูงสุด เมื่อพิจารณาจุดที่ระยะยืดของสปริงมีค่าสูงสุด $s = A$ ที่ตำแหน่งนี้แรงสปริงที่กระทำกับวัตถุจะมีค่าเป็นสูงสุด เนื่องจากระยะยืดมีค่าสูงสุด จาก

$$F = -ks$$

ซึ่งทำให้วัตถุมีความเร่ง a สูงสุดที่ตำแหน่งนี้ ในขณะที่ความเร็ว $v = 0$ m/s (วัตถุหยุดนิ่งและเริ่มจะเคลื่อนที่กลับทางเดิม) ซึ่งลักษณะดังกล่าวแสดงว่าความเร็วและความเร่งมีเฟสต่างกัน $\Delta\phi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$

ข้อที่ 2

ตอบ 4 s

เรื่อง การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

คาบการเคลื่อนที่ (T) คือ เวลาที่วัตถุใช้ในการเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ จากโจทย์ วัตถุจะเคลื่อนที่ครบรอบ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่จาก

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$$

แต่โจทย์กำหนดให้วัตถุเคลื่อนที่จาก $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B$ ใช้เวลา 3 วินาที แสดงว่า

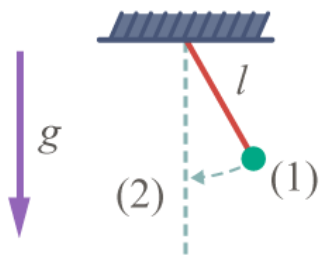
$$\frac{3}{4}T = 3 \text{ s}$$

ดังนั้นคาบการเคลื่อนที่จะเป็น

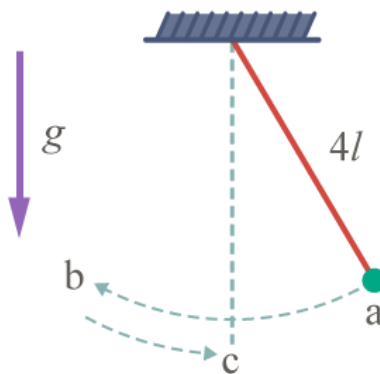
$$T = 3 \times \frac{4}{3} = 4 \text{ s}$$

ข้อที่ 3

ตอบ $6t$



รูป ก.



รูป ข.

คาบการแกว่งของลูกตุ้มยาว l หาก

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

คาบการแกว่งในรูป ก. คือ

$$4t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

คาบการแกว่งในรูป ข. คือ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{4l}{g}} = 2(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}) = 8t$$

การแกว่งจาก a ไป b ไป c ใช้เวลา $\frac{3}{4}$ เท่าของคาบการแกว่ง จะได้ว่า

$$\frac{3}{4}T = \frac{3}{4}(8t) = 6t$$

ข้อที่ 4

การแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกา การแกว่งของชิงช้า เครื่องเล่นบางชนิดในสวนสนุก

ข้อที่ 5

ตอบ $x(t) = (0.0500 \text{ m}) \cos(8.00t)$

สมการทั่วไปที่แสดงการกระจัดของวัตถุที่เคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

โดย A คือ แอมพลิจูดของการสั่น ซึ่งจากโจทย์ $A = 5.00 \text{ cm}$ และ ϕ คือเฟสเริ่มต้นของการสั่น ซึ่งที่ $t = 0$ จะได้ว่า

$$x(0) = A \cos \phi = A \rightarrow \phi = 0$$

ส่วน ω คือ ความถี่เชิงมุมในการสั่น ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25.6}{0.400}} = 8.00 \text{ rad/s}$$

ดังนั้น สมการแสดงการกระจัดของวัตถุนี้ที่เวลาใด ๆ สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$x(t) = (0.0500 \text{ m}) \cos(8.00t)$$

ข้อที่ 6

ตอบ $144\pi^2$

จากโจทย์ เมื่อใช้สโตรโบสโคปที่มี 1 ช่อง พบว่าเห็นภาพมวลหยุดนิ่งที่หนึ่งได้เมื่ออัตราเร็วของสโตรโบสโคปเป็น 3, 4 และ 12 รอบต่อวินาที เราสามารถหาความถี่ของการสั่นได้จาก
จากสมการคาบการสั่นของวัตถุที่ติดสปริง เราสามารถหาค่านิลสปริงได้ดังนี้

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$
$$\frac{1}{f^2} = 4\pi^2\left(\frac{m}{k}\right)$$
$$k = 4\pi^2mf^2$$

ดังนั้น ความถี่ที่สโตรโบสโคปใช้ คือ

$$4\pi^2(0.25)(3)^2, 4\pi^2(0.25)(4)^2, 4\pi^2(0.25)(12)^2$$

ข้อที่ 7

ตอบ $144\pi^2$

จากโจทย์ เมื่อใช้สโตรโบสโคปที่มี 1 ช่อง พบว่าเห็นภาพมวลหยุดนิ่งที่หนึ่งได้เมื่ออัตราเร็วของสโตรโบสโคปเป็น 3, 4 และ 12 รอบต่อวินาที เราสามารถหาความถี่ของการสั่นได้จาก
จากสมการคาบการสั่นของวัตถุที่ติดสปริง เราสามารถหาค่านิลสปริงได้ดังนี้

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$
$$\frac{1}{f^2} = 4\pi^2\left(\frac{m}{k}\right)$$
$$k = 4\pi^2mf^2$$

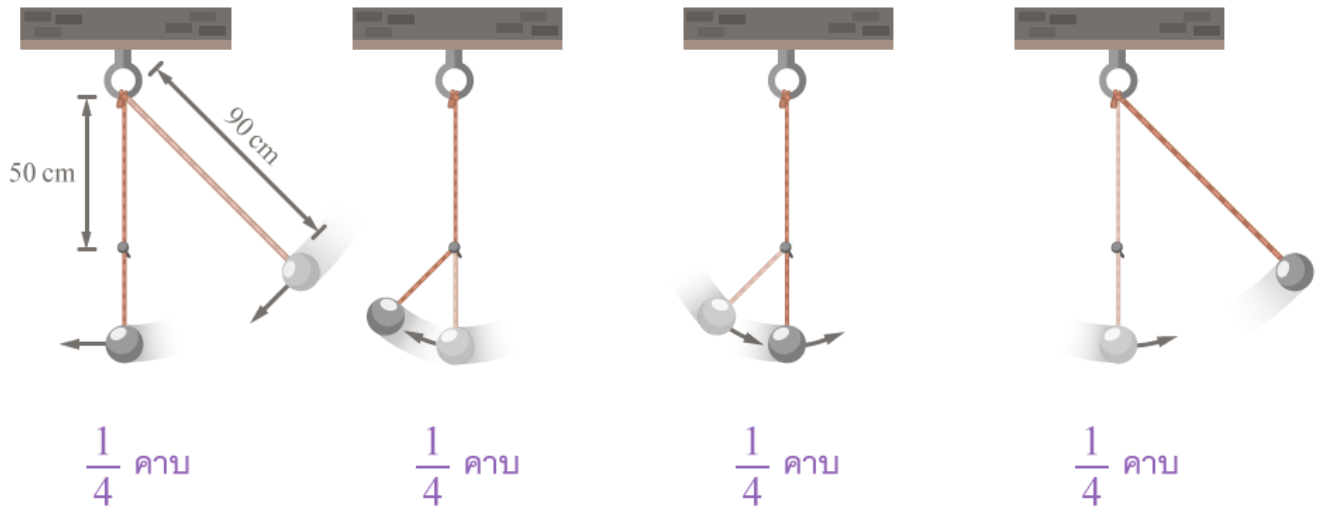
ดังนั้น ความถี่ที่สโตรโบสโคปใช้ คือ

$$4\pi^2(0.25)(3)^2, 4\pi^2(0.25)(4)^2, 4\pi^2(0.25)(12)^2$$

ข้อที่ 8

ตอบ 1.57 s

เรื่อง การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย



จากสมการการหาคาบของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

จากรูป พิจารณาคาบการเคลื่อนที่ขณะที่สายลูกตุ้มยาว 90 เซนติเมตร (หรือ 0.9 เมตร) จะได้ว่า

$$T_{0.9} = 2\pi\sqrt{\frac{0.9}{10}} = 1.88 \text{ s}$$

และเมื่อสายลูกตุ้มเคลื่อนที่ไปติดกับตะปู ความยาวของสายจะเหลือเพียง 40 เซนติเมตร (หรือ 0.4 เมตร) จะได้คาบการเคลื่อนที่เป็น

$$T_{0.4} = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{10}} = 1.26 \text{ s}$$

จากรูปจะเห็นว่า ลูกตุ้มเคลื่อนที่ด้วยความยาวสายลูกตุ้ม 90 เซนติเมตร ครึ่งรอบ และ เคลื่อนที่ด้วยความยาวสายลูกตุ้ม 40 เซนติเมตร อีกครึ่งรอบ ดังนั้น เวลาที่ลูกตุ้มใช้ในการเคลื่อนที่กลับมาที่เดิม สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_{0.9}}{2} + \frac{T_{0.4}}{2} \\ &= \frac{1.88}{2} + \frac{1.26}{2} \\ \therefore T &= 1.57 \text{ s} \end{aligned}$$

ข้อที่ 9

ตอบ 50 m/s²

จากความรู้เรื่อง [สมการทั่วไปของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่าย](#) สำหรับสมการ

$$y = 0.5 \sin(10t)$$

เทียบกับสมการทั่วไป

$$y = A \sin \omega t$$

จะได้ว่า $A = 0.5 \text{ m}$ และ $\omega = 10 \text{ rad/s}$ โจทย์ต้องการให้หาขนาดของความเร่ง ที่ตำแหน่งไกลสุดจากสมดุล หรือ หาคความเร่งสูงสุด (a_{\max}) นั้นเอง

$$\begin{aligned} a_{\max} &= -\omega^2 A \\ &= -(10 \text{ rad/s})^2 (0.5 \text{ m}) \\ \therefore a_{\max} &= -50 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น ขนาดของความเร่งที่ตำแหน่งไกลสุดจากสมดุลมีค่าเป็น 50 m/s² ส่วนเครื่องหมายลบ แสดงว่าทิศของความเร่ง มีทิศตรงข้ามกับทิศของการกระจัด (y)

ข้อที่ 10

หาความยาวของก้านลูกตุ้มนาฬิกา จากสมการ

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$
$$= \frac{g}{4\pi^2 f^2}$$

ในที่นี้

$$f = \frac{60}{1 \text{ min}} = \frac{60}{60 \text{ s}} = 1 \text{ s}^{-1}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2$$

แทนค่าจะได้

$$l = \frac{9.8 \text{ m/s}^2}{4(3.14)^2(1 \text{ s}^{-1})^2} = 0.25 \text{ m}$$

ตอบ ความยาวของก้านของลูกตุ้มนาฬิกาเท่ากับ 0.25 เมตร