เฉลยชุดข้อสอบ : กลศาสตร์ของไหล ชุดที่ 1

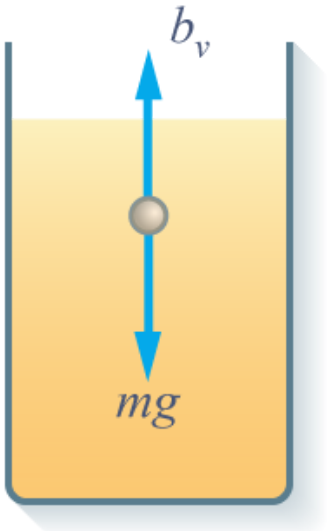
ข้อที่ 1

ตอบ 1.4 กรัม
เนื่องจากวัตถุลอยอยู่ในน้ำเป็นผลมาจากแรงลอยตัว F_γ เพียงอย่างเดียว

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= 0 \\ mg &= F_\gamma \\ m &= \frac{F_\gamma}{g} \\ m &= \frac{\gamma L}{g} \\ &= \frac{(0.070)(4)(5\times 10^{-2})}{10} \\ &= 1.4\times 10^{-3}\ \text{kg} \\ \therefore\ m &= 1.4\ \text{g}\end{aligned}$$

ข้อที่ 2

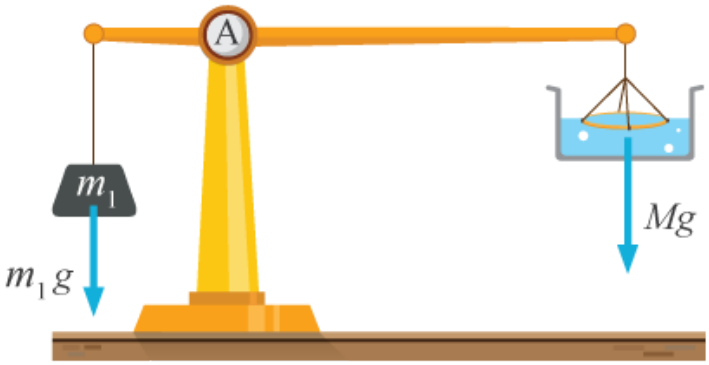
ตอบ ช่วง a ถึง b มีความเร่ง(สำหรับมวลน้อยหน่อย) ต่อจากนั้นจะมีความเร็วคงตัว
และช่วง a ถึง c มีความเร่ง(สำหรับมวลเยอะหน่อย) ต่อจากนั้นจะมีความเร็วคงตัว



เมื่อมีปล่อยให้วัตถุลงในกระบอกที่บรรจุด้วยน้ำมัน ในช่วงแรกวัตถุจะเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง a เนื่องจากมีแรงโน้มถ่วงกระทำ แต่ความเร่งดังกล่าวจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ เนื่องมากจากแรงต้านของน้ำมันที่กระทำกับวัตถุ จนกระทั่งความเร่งของวัตถุมีค่าเป็นศูนย์ $a = 0$ ทำให้วัตถุมีความเร็วคงที่ในช่วงท้ายของการเคลื่อนที่

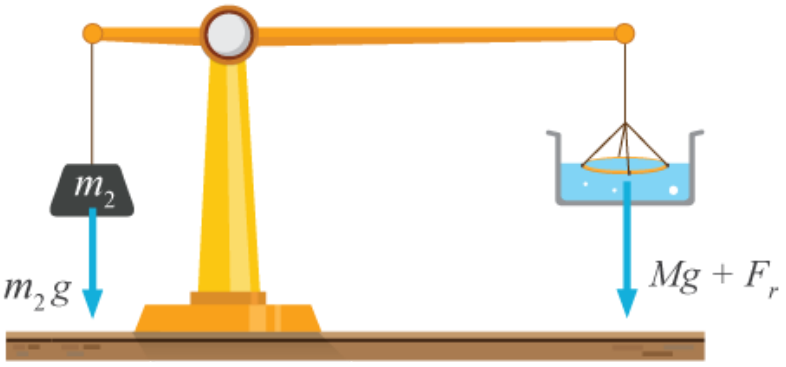
ข้อที่ 3

ตอบ 0.063 นิวตัน/เมตร
<u>เรื่อง</u> คานและแรงตึงผิว



ตอนแรก พิจารณาหามวลของเส้นลวด M เมื่อนำมวลขนาด $m_1 = 50$ g มาแขวน เนื่องจากเส้นลวดยังไม่พ้นจากผิวน้ำดังนั้นแรงที่กระทำด้านขวามือจึงมีแรง เนื่องจากมวลของเส้นลวดเท่านั้น จากสมดุลโมเมนต์รอบจุดหมุน A จะได้

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 \\ (m_1 g)\ell_1 &= (Mg)\ell_2 \\ \left(\frac{50}{1000}\right)(1) &= M(4) \\ \therefore\ M &= \left(\frac{12.5}{1000}\right)\ \text{N} \end{aligned}$$

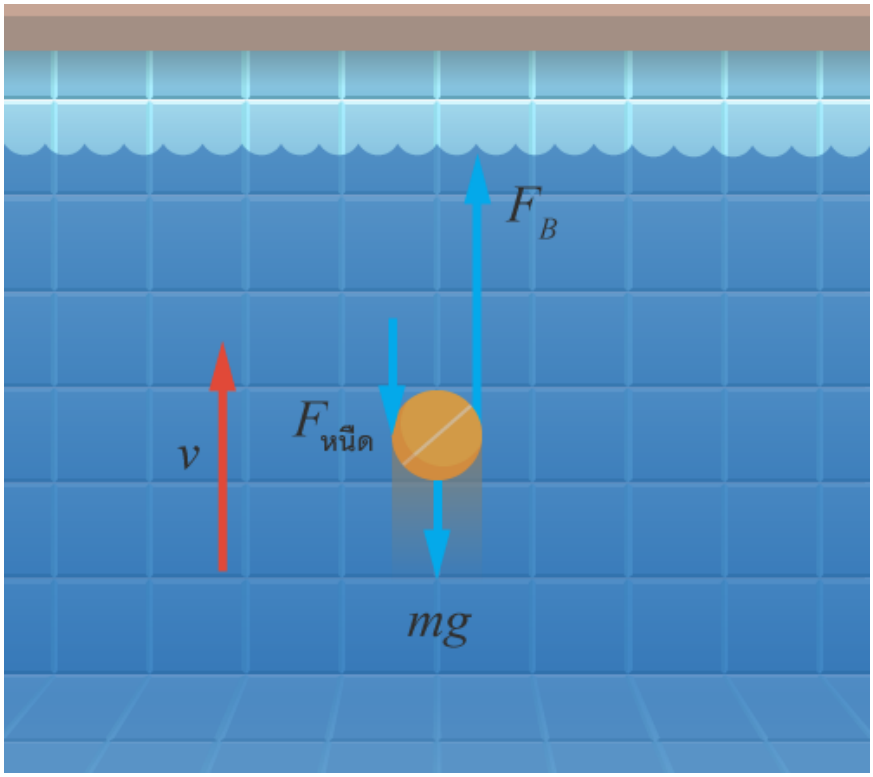


ถัดมา พิจารณาหาแรงตึงผิวที่น้ำทำกับเส้นลวด F_γ โดยโจทย์กำหนดว่าต้องใช้มวล $m_2 = 62.5$ g ลวดจึงพ้นน้ำพอดี ดังนั้นมื่อพิจารณาสมดุลโมเนต์รอบจุดหมุน A จะได้

$$\begin{aligned} M_1 &= M_2 \\ (m_2 g)\ell_1 &= (Mg)\ell_2 + F_\gamma \ell_2 \\ \left(\frac{62.5}{1000}\right)(1)(10) &= \left(\frac{12.5}{1000}\right)(10)(4) + (\gamma)(2L)(4) \\ 12.5 \times 10^{-2} &= 8(\gamma)(25 \times 10^{-2}) \\ \therefore\ \gamma &= 0.063\ \text{N/m} \end{aligned}$$

ข้อที่ 4

ตอบ อัตราเร็วกำลังเพิ่ม อัตราเร่งกำลังลด
<u>เรื่อง</u> ของไหล
ลูกปิงปองกำลังลอยขึ้นจากก้นสระ จะมีแรงต่างๆ มากระทำ ดังรูป



จากรูป ลูกปิงปองลอยขึ้น เนื่องจากแรงลอยตัว (F_B) แต่มีแรงต้านการเคลื่อนที่ 2 แรง คือ น้ำหนัก (mg) และ แรงหนืด $(F\text{หนืด})$

และเนื่องจาก ลูกปิงปองกำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยอัตราเร็วไม่คงที่ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \Sigma F &= ma \\ F_B - mg - F\text{ หนืด} &= ma \\ \therefore \quad a &= \frac{F_B - mg - F\text{ หนืด}}{m} \end{aligned}$$

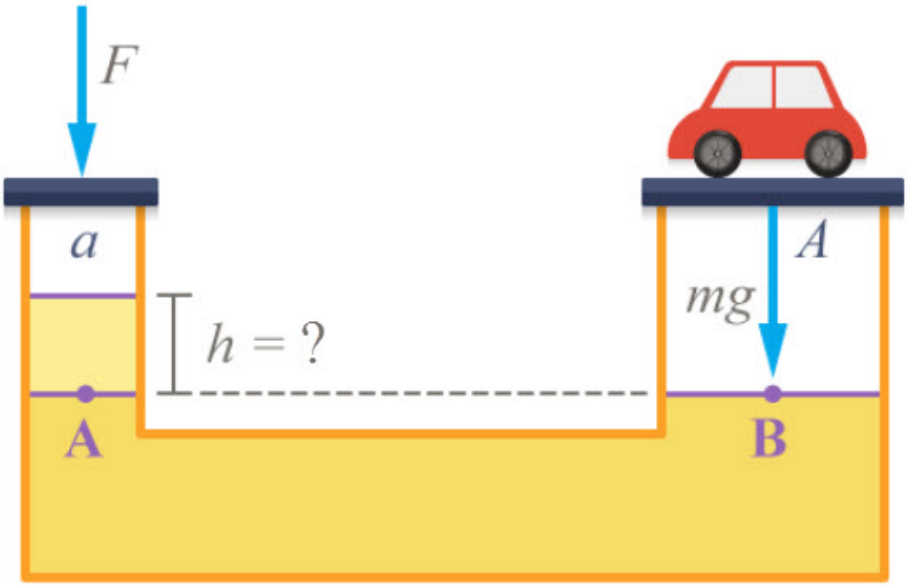
พบว่า ความเร่ง (a) จะขึ้นกับ F_B, mg และ F หนืด

โดย F_B และ mg จะคงที่ตลอดการเคลื่อนที่ ในขณะที่ F หนืด จะเพิ่มขึ้นตามอัตราเร็ว ในขณะเคลื่อนที่ขึ้น อัตราเร็วมากขึ้น จึงทำให้ F หนืด เพิ่มขึ้น และจากสมการ $a = \frac{F_B - mg - F\text{ หนืด}}{m}$ พบว่า เมื่อ F หนืด เพิ่มขึ้น จะทำให้ a ลดลง

ดังนั้น ในขณะลูกปิงปองกำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยอัตราเร็วไม่คงที่ อัตราเร็วกำลังเพิ่มขึ้น อัตราเร่งกำลังลดลง

ข้อที่ 5

ตอบ $250\ \text{cm}$



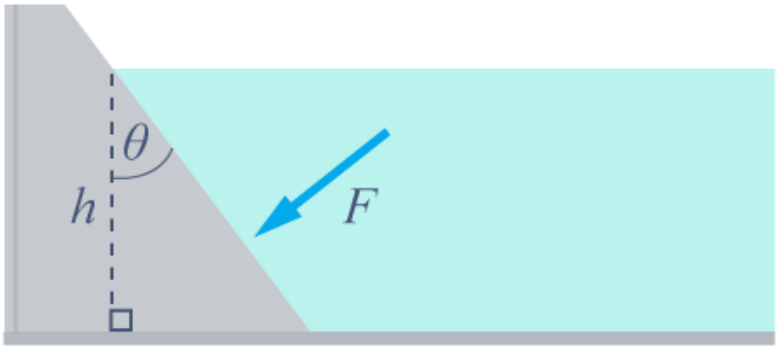
จากโจทย์ น้ำมันมีความหนาแน่น $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$ พื้นที่ของลูกสูบใหญ่เป็น $A = 1200\ \text{cm}^2 = 0.12\ \text{m}^2$ พื้นที่ของลูกสูบเล็กเป็น $a = 30\ \text{cm}^2 = 30 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$ ต้องการยกรถยนต์มวล $m = 1500\ \text{kg}$ แรงที่ใช้กดมีค่าเป็น $F = 300\ \text{N}$

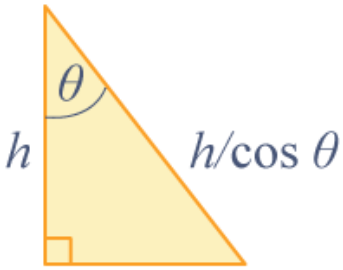
จากกฎของปาสกาล เราได้ว่าความดันที่จุด A และ B มีค่าเท่ากัน เราสามารถหาแรงกดบนลูกสูบเล็กได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} P_A &= P_B \\ \frac{F}{a} + \rho g h &= \frac{mg}{A} \\ h &= \frac{1}{\rho g}\left(\frac{mg}{A} - \frac{F}{a}\right) \\ &= \frac{1}{(1000\ \text{kg/m}^3)(10\ \text{m/s}^2)}\left(\frac{(1500\ \text{kg})(10\ \text{m/s}^2)}{0.12\ \text{m}^2} - \frac{300\ \text{N}}{30 \times 10^{-4}\ \text{m}^2}\right) \\ &= 2.5\ \text{m} \\ \therefore\ h &= 250\ \text{cm} \end{aligned}$$

ข้อที่ 6

ตอบ $\sqrt{\dfrac{2F\cos\theta}{\rho g \ell}}$





จากสมการคำนวณหาแรงดันที่กระทำต่อเขื่อน

$$\begin{aligned} F &= P_{\text{CM}}A \\ &= \rho g h_{\text{CM}}A \\ &= \rho g \left(\frac{h}{2}\right)\left(\frac{h}{\cos\theta}\ell\right) \\ F &= \frac{\rho g h^2 \ell}{2\cos\theta} \\ h^2 &= \frac{2F\cos\theta}{\rho g \ell} \\ \therefore\ \ h &= \sqrt{\frac{2F\cos\theta}{\rho g\ell}} \end{aligned}$$

ข้อที่ 7

ตอบ 56%

แรงดันของน้ำที่กระทำต่อเขื่อนเป็นไปตามสมการ

$$F = \frac{1}{2}\rho g L H^2$$

เมื่อ
L คือความกว้างของเขื่อน
H คือความลึกของน้ำ
ρ คือความหนาแน่นของน้ำ

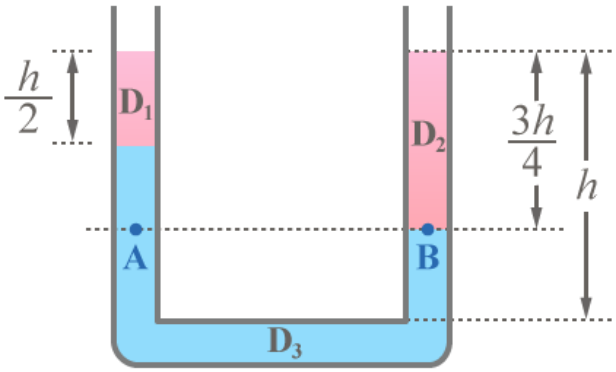
น้ำเหนือเขื่อนเพิ่มขึ้นจาก 8 เมตร เป็น 10 เมตร โดยกำหนดให้ $F_1 = 100\%$ เราสามารถหาแรงที่เพิ่มขึ้น (ΔF) ได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\frac{F_2}{F_1} &= (\frac{H_2}{H_1})^2 \\
F_2 &= (\frac{H_2}{H_1})^2 \times F_1 \\
&= (\frac{10}{8})^2 \times 100 \\
F_2 &= 156.25\% \\
\therefore\ \Delta F = F_2 - F_1 &= 156.25 - 100 = 56.25\%
\end{aligned}
$$

ข้อที่ 8

ตอบ 4 เท่าของ D_1

<u>เรื่อง</u> ของไหล



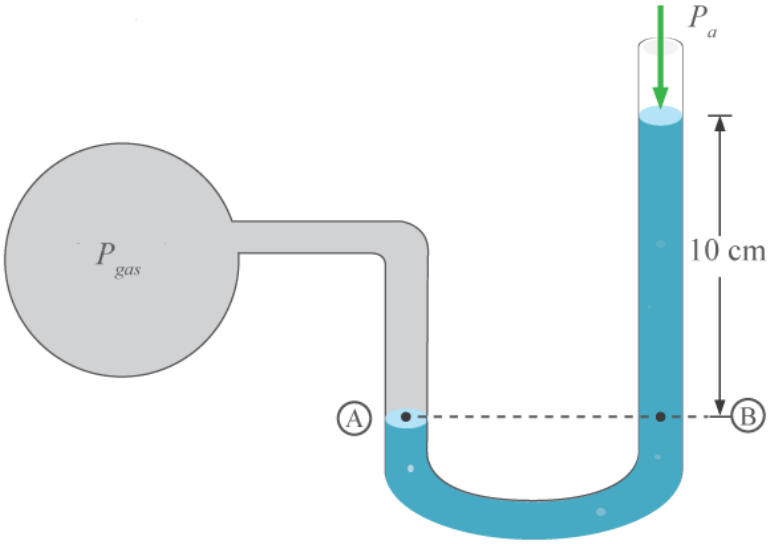
จากรูป ให้กำหนดตำแหน่งที่ระดับความลึกเท่ากัน นั่นคือ ตำแหน่ง A และ B ที่ตำแหน่งทั้งสองนี้ ความดันจะเท่ากัน จากสมการ

$$
\begin{aligned}
P_A &= P_B \\
D_1gh_1 + D_3gh_3 &= D_2gh_2 \\
D_1(\frac{h}{2}) + D_3(h - \frac{3h}{4}) &= 2D_1(\frac{3h}{4}) \quad \because\ D_2 = 2D_1 \\
D_3(\frac{h}{4}) &= D_1(\frac{3h}{2} - \frac{h}{2}) \\
\therefore\ D_3 &= 4D_1
\end{aligned}
$$

ดังนั้น D_3 จึงเป็น 4 เท่าของ D_1

ข้อที่ 9

ตอบ $860\ \text{mmHg}$



พิจารณาที่ตำแหน่ง A และ B จะมีความดันเท่ากัน

$$\begin{aligned} P_A &= P_B \\ P_{gas} &= P_{\text{ปรอท}} + P_a \end{aligned}$$

ความดันบรรยากาศ $P_a = 1.01 \times 10^5$ Pa คือ ความดันที่ทำให้ปรอทสูงขึ้น 76 cm หรือ $P_a = 76$ cmHg และความดันอันเนื่องมาจากความลึกของปรอท จะมีค่าเท่ากับ $P_{\text{ปรอท}} 10$ cmHg
ดังนั้น ความดันของแก๊สในถังจะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned} P_{gas} &= 10 \text{ cmHg} + 76 \text{ cmHg} \\ &= 86 \text{ cmHg} \\ \therefore P_{gas} &= 860 \text{ mmHg} \end{aligned}$$

ข้อที่ 10

ตอบ 100 กิโลนิวตัน
จากโจทย์ ต้องการให้เกิดแรงกดที่ลูกสูบ $(F_p) = 1,000$ kN โดย พื้นที่หน้าตัดของลูกสูบ $(A_p) = A$ และ พื้นที่หน้าตัดของกระบอกสูบ $(A_c) = \dfrac{A}{10}$

เนื่องจากเป็นเครื่องมือไฮโดรลิกส์ อัตราส่วนระหว่างแรงของกระบอกสูบ (F) กับแรงที่กดลูกสูบ (F_p) จะเท่ากับอัตราส่วนระหว่างพื้นที่กระบอกสูบ (A_c) กับ พื้นพี่หน้าตัดของลูกสูบ (A_p) เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{อัตราส่วนแรงกด} &= \text{อัตราส่วนพืนที} \\ \frac{F}{F_p} &= \frac{A_c}{A_p} \\ \frac{F}{1,000} &= \frac{\frac{A}{10}}{A} \\ F &= \frac{\frac{A}{10}}{A} \times 1,000 \\ \therefore F &= 100 \text{ kN} \end{aligned}$$

ข้อที่ 11

ตอบ $1.0 \times 10^3 \ \text{kg/m}^3$

พิจารณาจากสมการ

$$P = \rho g h + P_0$$

เทียบกับสมการเส้นตรง

$$y = mx + c$$

เมื่อเขียนกราฟระหว่างความดัน P และ ความลึก h จะเห็นว่า P_0 เทียบกับจุดตัดแกน y ซึ่งจากกราฟในโจทย์ จะได้ว่า $P_0 = 0$ และ ปริมาณ ρg เทียบได้กับความชันของกราฟ ดังนั้นเราสามารถหาความหนาแน่นของของเหลว (ρ) ได้จาก

$$\begin{aligned} \rho g &= \text{slope} \\ \rho &= \frac{\text{slope}}{g} \\ &= \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)\left(\frac{1}{g}\right) \\ &= \left(\frac{(3-0)\times 10^5 \ \text{N/m}^2}{30-0 \ \text{ m}}\right)\left(\frac{1}{10 \ \text{ m/s}^2}\right) \\ \therefore \ \ \rho &= 1.0 \times 10^3 \ \text{kg/m}^3 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความหนาแน่นของของเหลวมีค่าเป็น $1.0 \times 10^3 \ \text{kg/m}^3$

ข้อที่ 12

ตอบ $M_1 = \dfrac{M_2}{2} = \dfrac{M_3}{3}$

<u>เรื่อง</u> ความดัน

ความดันของของไหลชนิดเดียวกันที่ระดับความสูงเดียวกันจะมีความดันเท่ากัน ดังนั้น

$$P_1 = P_2 = P_3$$

และจากความสัมพันธ์ระหว่างแรง F กับความดัน P

$$P = \frac{F}{A}$$

จะได้ว่า

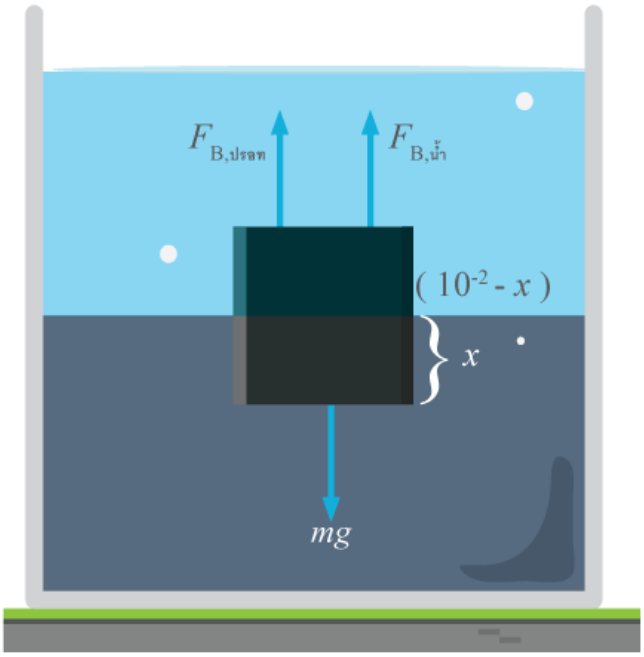
$$\begin{aligned} \frac{F_1}{A_1} &= \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_3}{A_3} \\ \frac{M_1 g}{A} &= \frac{M_2 g}{2A} = \frac{M_3 g}{3A} \\ \therefore \ M_1 &= \frac{M_2}{2} = \frac{M_3}{3} \end{aligned}$$

ข้อที่ 13

ตอบ $5.3 \ \text{mm}$

กำหนดให้วัตถุจมลงในปรอทเป็นระยะ x และพื้นที่หน้าตัดของวัตถุทรงลูกบาศก์เป็น A ดังนั้น ปริมาตรของวัตถุที่ไปแทนที่ปรอทจะเป็น $V_{\text{ปรอท}} = Ax$ ปริมาตรของวัตถุจะเป็น $V = (10^{-2})A$ และปริมาตรของวัตถุที่ไปแทนที่น้ำจะเป็น

$V_{\text{น้ำ}} = A(10^{-2} - x)$



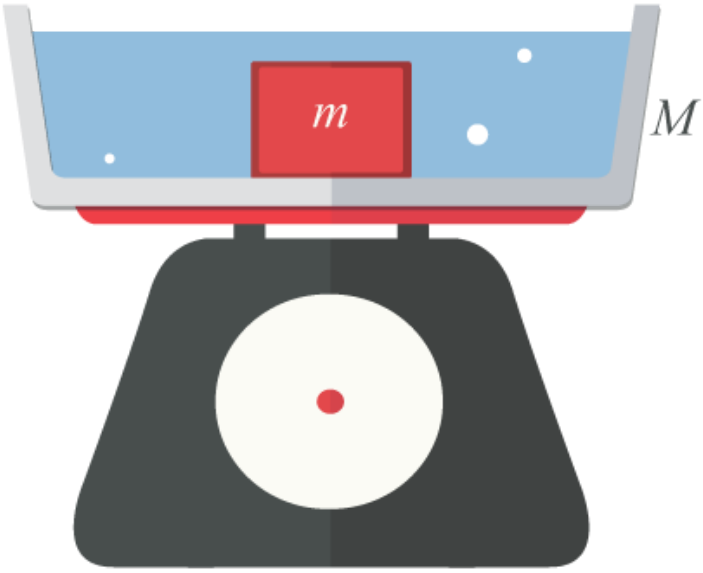
จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 1 ของนิวตัน

$$
\begin{aligned}
\sum \vec{F} &= 0 \\
F_{B,\text{ปรอท}} + F_{B,\text{น้ำ}} - mg &= 0 \\
F_{B,\text{ปรอท}} + F_{B,\text{น้ำ}} &= mg \\
\rho_{\text{ปรอท}} V_{\text{ปรอท}} g + \rho_{\text{น้ำ}} V_{\text{น้ำ}} g &= \rho_{\text{วัตถุ}} V g \\
\rho_{\text{ปรอท}} V_{\text{ปรอท}} + \rho_{\text{น้ำ}} V_{\text{น้ำ}} &= \rho_{\text{วัตถุ}} V \\
\rho_{\text{ปรอท}} Ax + \rho_{\text{น้ำ}} A(10^{-2} - x) &= \rho_{\text{วัตถุ}} (10^{-2} A) \\
\rho_{\text{ปรอท}} x + \rho_{\text{น้ำ}} (10^{-2} - x) &= \rho_{\text{วัตถุ}} (10^{-2}) \\
\rho_{\text{ปรอท}} x - \rho_{\text{น้ำ}} x &= \rho_{\text{วัตถุ}} (10^{-2}) - \rho_{\text{น้ำ}} (10^{-2}) \\
x(\rho_{\text{ปรอท}} - \rho_{\text{น้ำ}}) &= 10^{-2} (\rho_{\text{วัตถุ}} - \rho_{\text{น้ำ}}) \\
x &= 10^{-2} \frac{\rho_{\text{วัตถุ}} - \rho_{\text{น้ำ}}}{\rho_{\text{ปรอท}} - \rho_{\text{น้ำ}}} \\
&= 10^{-2} \frac{7700 - 1000}{13600 - 1000} \\
&= 5.3 \times 10^{-3} \text{ m} \\
\therefore\ x &= 5.3 \text{ mm}
\end{aligned}
$$

ข้อที่ 14

ตอบ $(M + m)g$

อาจเขียนกราฟแสดงผลสุดท้ายเมื่อวัตถุ มวล m จมลงในถาดน้ำ ซึ่งตั้งบนตาชั่งดังนี้



กรณีนี้แป้นชั่งน้ำหนักได้รับแรงเนื่องจากน้ำหนักของมวลน้ำ (M) และวัตถุมวล m ในทิศลง
น้ำหนักรวมสามารถหาได้จาก

$$\begin{aligned} W &= Mg + mg \\ &= (M+m)g \end{aligned}$$

หมายเหตุ กรณีนี้ไม่คิดแรงลอยตัว เพราะวัตถุจม

ข้อที่ 15

ตอบ $\rho_{\text{air}} - \dfrac{2M}{V}$

<u>เรื่อง</u> ของไหล

ลูกบอลลูนมีมวล $2M$ และ มีปริมาตร V บรรจุอากาศร้อนความหนาแน่น ρ โดยอากาศภายนอกบอลลูนมีความหนาแน่น ρ_{air}

$$\begin{aligned} \text{แรงลอยตัว} &= \rho_{air} V g \\ \text{น้ำหนักทั้งหมดของบอลลูน} &= \text{น้ำหนักบอลลูน} + \text{น้ำหนักอากาศร้อน} \\ &= 2Mg + \rho V g \end{aligned}$$

บอลลูนลอยได้พอดี แสดงว่า แรงลอยตัว (F_B) เท่ากับน้ำหนักทั้งหมดของบอลลูน (W) ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} F_B &= W \\ \rho_{\text{air}} V g &= 2Mg + \rho V g \\ \therefore \quad \rho &= \rho_{\text{air}} - \frac{2M}{V} \end{aligned}$$